**Pubblicazioni**
**dell'Istituto Nazionale di Geofisica del Consiglio Nazionale delle Ricerche**
diretto dal prof. Antonino Lo Surdo

N. **32**

PIETRO CALOI

# Sopra un nuovo metodo per calcolare le profondità ipocentrali

ROMA
ANNO MCMXL - XVIII

**Riassunto:** Si esprime in forma analitica un metodo grafico per la determinazione delle profondità ipocentrali, esposto in una nota precedente. Ciò conferisce al metodo carattere di maggior precisione, pur conservandogli rapidità di applicazione.

In una precedente nota (1), ho esposto un metodo grafico per la determinazione delle profondità ipocentrali di un terremoto ad origine vicina.

Esso è basato su noti principii della geometria dei contatti.

Se $S_1$, $C$ sono due stazioni (che noi possiamo pensare contenute nello stesso piano verticale per l'epicentro) di distanze epicentrali note $\Delta_1$, $\Delta_2$ (con $\Delta_2 > \Delta_1$), se $t_1$, $t_2$ sono i tempi di registrazione delle $Pg$ in $S_1$, $C$, per profondità non nulle è sempre $(t_2 - t_1)\, v_{Pg} < \Delta_2 - \Delta_1$. Conoscendo la differenza $(\Delta_2 - \Delta_1) - (t_2 - t_1)\, v_{Pg}$, abbiamo la possibilità di dedurre facilmente la profondità dell'ipocentro.

Con centro in $C$, tracciamo una circonferenza di raggio uguale a $(t_2 - t_1)\, v_{Pg}$. Il problema si riduce a trovare il centro della circonferenza passante per i punti $S_1$, $S_2$, simmetrici rispetto all'epicentro, e tangente alla circonferenza tracciata. La lunghezza del segmento che unisce questo centro (ipocentro) all'epicentro è la profondità perseguita. Sfruttando le proprietà delle similitudini, la soluzione si ottiene rapidamente.

Quando si hanno a disposizione i dati di più stazioni, è bene scegliere la più vicina come stazione fondamentale; fare quindi la media delle distanze epicentrali e dei tempi delle $Pg$ rispettivamente, per le altre stazioni; in tal modo si viene a creare una stazione fittizia che si confronterà con la fondamentale, risolvendo il problema come se si trattasse di due sole stazioni.

Nella nota citata, ho applicato questo metodo, con buoni risultati, ad alcuni terremoti già studiati da altri autori.

Allo scopo di renderlo più preciso [quando infatti il raggio $(t_2 - t_1)\, v_{Pg}$ è piuttosto grande, nella costruzione grafica la determinazione del punto di tangenza delle due circonferenze richiede una certa cautela], ho ritenuto opportuno di dargli forma analitica.

Riferiamo i punti del piano verticale per l'epicentro e le stazioni d'osservazione ad un sistema di assi ortogonali, con l'asse $x$ parallelo alla CE, diretto

(1) P. Caloi: *Nuovi metodi per la determinazione delle coordinate epicentrali e della profondità ipocentrale di un terremoto ad origine vicina*, « La ricerca scientifica », 1939-XVII, anno X, n. 7-8.

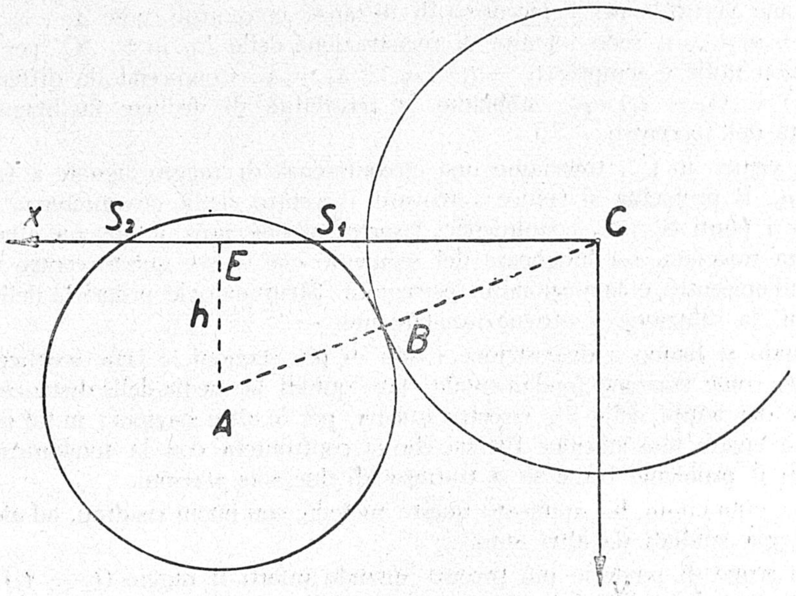
positivamente da C verso E, e l'asse $y$ diretto positivamente verso l'interno della Terra (è sottinteso che, trattandosi di terremoti ad origine vicina, la superficie terrestre, nei dintorni dell'epicentro, è ritenuta piana).

Siano $(a, b)$, $(x_1, y_1)$, $(x_2, y_2)$ le coordinate dei punti C, $S_1$, $S_2$; poniamo $r_2 = (t_2 - t_1)\, v_{Pg}$. Le incognite del problema sono le coordinate $\xi$, $\eta$ del punto A, le coordinate $x$, $y$ del punto B e il raggio $r_1$ della circonferenza di centro A, che passa per $S_1$, $S_2$ e tange in B la circonferenza di raggio $r_2$.

Poniamo $\gamma = \xi^2 + \eta^2 - r_1^2$; potremo considerare $\gamma$ in luogo di $r_1$.

Le incognite devono soddisfare al sistema:

$$[1] \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1^2 + y_1^2 - 2\,\xi\, x_1 - 2\,\eta\, y_1 + \gamma = 0 \\ x_2^2 + y_2^2 - 2\,\xi\, x_2 - 2\,\eta\, y_2 + \gamma = 0 \\ x^2 + y^2 - 2\,\xi\, x - 2\,\eta\, y + \gamma = 0 \\ x^2 + y^2 - 2\,a\,x - 2\,b\,y + a^2 + b^2 - r_2^2 = 0 \\ (x - \xi)(b - \eta) - (y - \eta)(a - \xi) = 0 \end{array} \right.$$




Risolvendo il sistema [1] rispetto alle cinque incognite dette, si perviene ad una relazione in $\eta$ che dà la profondità ipocentrale.

Il problema può essere però semplificato ponendo in C l'origine degli assi coordinati e facendo coincidere la $x$ con la retta CE, preservando per le $x$, $y$ il verso positivo prefissato.

In tal caso il sistema [1] diventa:

$$[1'] \qquad \begin{cases} x_1^2 - 2\,\xi\, x_1 + \gamma = 0 \\ x_2^2 - 2\,\xi\, x_2 + \gamma = 0 \\ x^2 + y^2 - 2\,\xi\, x - 2\,\eta\, y + \gamma = 0 \\ x^2 + y^2 - r_2^2 = 0 \\ - x\,\eta + y\,\xi = 0 \end{cases}$$

La soluzione di [1'] porta alla seguente espressione per $\eta$ (cioè per la profondità ipocentrale $h$):

$$[2] \qquad \eta = h = \sqrt{\left(\frac{r_2}{x}\right)^2 - 1} \cdot \xi\,,$$

dove

$$[3] \qquad x = \frac{r_2^2 \cdot 2\,\xi}{r_2^2 + \gamma}\,,$$

essendo

$$\xi = \frac{1}{2}\,(x_1 + x_2)\,,\ \gamma = x_1 \cdot x_2$$

Con ciò il problema è risolto.

Evidentemente dev'essere $x \leq r_2$; la profondità diminuisce quindi con l'aumentare di $x$ e si annulla quando $x = r_2$.

Diamo ora un esempio di applicazione.

Nella nota citata, sono riportati i seguenti dati relativi al terremoto delle Alpi Sveve del 27-VI-1935, studiato da Hiller,

| Stazioni | $\Delta$ | $P_g$ |
|---|---|---|
| Ravensburg . . . . . | 31 km | $17^h\ 19^m\ 38,^s0$ |
| Stoccarda . . . . . . | 83 | 46, 1 |
| Zurigo . . . . . . . | 100 | 49, 0 |
| Coira . . . . . . . | 132 | 54, 8 |
| Strasburgo . . . . . | 140 | 56, 1 . |

Avevo applicato il metodo grafico limitandomi, in un primo tempo, al caso di due sole stazioni: Ravensburg e Zurigo: ed avevo ottenuto una profondità di 25 km. Applichiamo ora il metodo analitico alle due stesse stazioni. Avremo (prendendo $v_{P_g} = 5{,}7$ km/sec., valore trovato da Hiller):

$$\Delta_1 = 31 \text{ km}\ ;\ \Delta_2 = 100 \text{ km}\ ;\ t_2 - t_1 = 11^s\ ;\ r_2 = (t_2 - t_1)\, v_{P_g} = 62{,}7 \text{ km}$$

e quindi

$$x_1 = \Delta_2 - \Delta_1 = 69\ ;\ x_2 = \Delta_2 + \Delta_1 = 131\ ;\ \xi = \frac{1}{2}\,(x_1 + x_2) =$$

$$= \Delta_2 = 100\ ;\ \gamma = x_1 \cdot x_2 = 9039\ .$$

Con questi dati la [2,] tenuto conto della [3], porta al risultato:

$$h = 26{,}4 \ km ,$$

che coincide praticamente, come del resto non poteva non essere, con il valore ottenuto con il metodo grafico.

Applicando il metodo grafico a tutte le stazioni, considerando Ravensburg come fondamentale e sostituendo alle altre quattro una stazione fittizia con valori per $\Delta_2$ e $Pg$ dati dalla media, ero pervenuto ad $h = 23$ km.

Se applichiamo il metodo analitico (dove si indichi con $\Delta_2$ la distanza epicentrale della stazione fittizia), tenuto conto che

$$\Delta_1 = 31 \text{ km} \ ; \ \Delta_2 = 113{,}8 \text{ km} \ ; \ t_2 - t_1 = 13^s{,}5 \ ; \ r_2 = (t_2 - t_1) \, v_{Pg} = 77{,}0 \text{ km} \ ,$$

avremo

$$x_1 = 82{,}8 \ ; \ x_2 = 144{,}8 \ ; \ \xi = \Delta_2 = 113{,}8 \ ; \ \gamma = 11989{,}44 \ .$$

Ne viene per la profondità ipocentrale,

$$h = 24{,}2 \ km.$$

Hiller era pervenuto ad un valore di 28 km; Schmerwitz, per lo stesso terremoto, aveva ottenuto $h = 21$ km.

*Roma, dicembre 1939-XVIII.*