PUBBLICAZIONI
DELL'ISTITUTO NAZIONALE DI GEOFISICA
DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
diretto dal prof. ANTONINO LO SURDO Accademico d'Italia

N. 71

G. ZANOTELLI

La luce delle nubi in relazione alla loro costituzione

ROMA
ANNO MCMXLI-XIX

Estratto dalla « *Rivista di Meteorologia* »
Vol. III - Fasc. 1-2 - 1941-XIX

Chi si accinge allo studio della costituzione delle nubi è portato a collegarne le caratteristiche fisiche con l'aspetto che esse presentano alla osservazione diretta, e cioè in sostanza con la qualità e la quantità della luce trasmessa e riflessa quando sono illuminate dal sole. Già Richardson (1) aveva cercato di esprimere in formule il legame tra la quantità di luce diffusa e la densità e le dimensioni delle goccioline che compongono la nube: la teoria della propagazione della luce in una strato nuvoloso fu delineata da Mecke (2) e perfezionata da Albrecht (3), che ha potuto collegare gli elementi che intervengono nel problema in formule risolutive, sia pure complicate, che forniscono il flusso luminoso riflesso e trasmesso in funzione di quello incidente e delle caratteristiche della nube. In un recente lavoro (4) abbiamo mostrato come la soluzione data da Albrecht possa mettersi una forma molto più semplice ed espressiva e tale da estenderne sostanzialmente la validità ed il significato fisico.

Nel presente lavoro riassumeremo dapprincipio le linee essenziali della teoria ed i risultati da noi ottenuti, e ne metteremo in luce l'interesse che presentano dal punto di vista geofisico. Ne mostreremo poi due caratteristiche applicazioni studiando l'an-

---

(1) L. F. RICHARDSON, « Proc. Roy. Soc. » 96, 19, 1919.
(2) R. MECKE, « Ann. d. Phys. » 65, 257, 1921.
(3) R. ALBRECHT, « Meteor. ZS » 50, 578, 1933.
(4) G. ZANOTELLI, « La ricerca scient. » 12, 710, 1941.

damento dei flussi trasmessi e riflessi dapprima per il caso limite in cui possa ritenersi in atto nella nube una variazione delle dimensioni delle goccioline, senza tuttavia che aumenti il loro numero totale, allorchè cioè la condensazione avvenga sui soli nuclei già esistenti; quindi nel caso in cui si abbia variazione della grandezza delle goccioline per la riunione di più di esse in una sola senza che si abbia aumento della quantità di acqua complessivamente contenuta nella nube e cioè senza che sia in atto condensazione. Le conclusioni che possono trarsi da tali due casi limiti valgono ovviamente anche per i due casi inversi, quando si avesse evaporazione conservandosi il numero totale delle goccioline, o rispettivamente se ne crescesse il numero conservandosi la quantità totale di acqua nella nube.

Converrà prima di tutto accennare alle ipotesi messe a fondamento della teoria della propagazione: data la grande varietà delle configurazioni delle formazioni nuvolose, e date le notevoli difficoltà che si incontrano nella teoria e la complicazione delle formule risolutive ottenibili, fu già da Mecke riconosciuta la necessità di una radicale schematizzazione, che si ottiene prendendo in esame uno strato nuvoloso di spessore l delimitato da due piani orizzontali, dei quali quello superiore corrispondente all'ascissa $x = 0$, e quello inferiore all'ascissa $x = l$. Lo strato si suppone omogeneo, tale cioè che un elemento di volume abbia le stesse proprietà ottiche di un qualsiasi altro elemento considerato in un altro punto. La condizione di una omogeneità diremo così media viene resa ancora più restrittiva nel momento in cui si entra a considerare il meccanismo della propagazione nella singola gocciolina: poichè della luce che incide su questa parte, viene riflessa indietro dopo un cammino più o meno lungo nell'interno e parte assorbita, occorre introdurre convenienti coefficienti di riflessione e di assorbimento che sono stati calcolati per una goccia sferica di raggio r. Per risalire dalla luce diffusa ed assorbita dalla singola gocciolina a quella diffusa ed assorbita nell'intero strato nuvoloso occorre supporre che in esso le goccie siano tutte sferiche nello stesso raggio, ed inoltre dappertutto ugualmente distribuite in numero di $\mathcal{N}$ per unità di volume.

Per ogni unità della luce che incide su una certa goccia viene assorbita una parte data dal coefficiente di assorbimento $\varkappa$, che è stato da noi determinato in un precedente lavoro [5] ed è dato da $\varkappa = 4kr/3n$ dove n e k sono rispettivamente l'indice di rifrazione ed il coefficiente di assorbimento dell'acqua per la lunghezza d'onda della luce considerata. Della parte $1 - \varkappa$ non sorbita una aliquota viene riflessa indietro nel semispazio delimitato verso l'alto dal piano orizzontale per la goccia, aliquota data percentualmente dal coefficiente di riflessione β: Dietzius [6] ha calcolato che per la luce diffusa completamente $\beta_d = 0,195$, e che per la luce dei raggi solari diretti $\beta(z)$ è funzione della distanza zenitale z del sole secondo i valori dati dalla seguente tabella:

$z =$	10	20	30	40	50	60	70	80	90°
$\beta(z) =$	0,073	0,073	0,076	0,085	0,105	0,146	0,222	0,341	0,500

Come si vede si ha $\beta = \beta_d = 0,195$ all'incirca per $z = 67°$, e cioè per un'altezza del sole di 23°; solo in tale caso particolare cade la necessità della distinzione fra coefficienti di riflessione per luce solare diretta e per luce diffusa.

Inoltre, poichè parte della luce dei raggi solari diretti viene, ad ogni incontro con una gocciolina, trasformata in luce diffusa, occorre per la corretta applicazione dell'uno o dell'altro dei coefficienti β e β_d conoscere quale parte della luce parallela incidente su una gocciolina viene sottratta al fascio per essere assorbita o trasformata in luce completamente diffusa: tale aliquota, per unità di luce incidente, è il coefficiente di trasforma-

---

(5) G. ZANOTELLI, « Rend. R. Acc. d'Italia » 2, fasc. 1-2, 1940.
(6) R. DIETZIUS, « Beitr. z. Phys. d. fr. Atm. » 10, 202, 1921.

zione ε che secondo Albrecht può essere preso uguale all'incirca a 2β.

Accanto ai coefficienti β_d e $\varkappa$ è utile la considerazione di altri due parametri, funzioni di questi, definiti dalle relazioni

$$\gamma = \sqrt{\varkappa[\varkappa + 2\beta_d(1-\varkappa)]}\ , \quad \tanh\frac{\psi}{2} = \sqrt{\frac{\varkappa}{\varkappa + 2\beta_d(1-\varkappa)}} \qquad [1]$$

Il raggio della singola gocciolina oltre ad influire direttamente sul valore del coefficiente di assorbimento determina anche la sezione totale $\alpha = \pi r^2 \mathcal{N}$ intercettata nel fascio solare dalle goccie contenute nella unità di volume. Una grandezza legata con tale sezione e che ha notevole importanza in questa teoria è il prodotto αl che si chiama densità della nube. É da notare che se si introduce la quantità di acqua μ contenuta nell'unità di volume la densità prende la forma $3\mu l/4r$ ma rimane ancora funzione del raggio della singola gocciolina.

Sul piano superiore di delimitazione dello strato nuvoloso cade la luce del sole, alla quale, nell'intorno di una certa lunghezza d'onda, corrisponde un flusso luminoso I_{v0} che penetra nell'interno trasformandosi a poco a poco in luce diffusa. In corrispondenza al piano inferiore di delimitazione si ha un flusso luminoso I_{vl} corrispondente alla luce che emerge dalla nube e che è in gran parte diffusa, rimanendo però da considerare, specialmente per nubi di piccola densità, una aliquota di luce residua solare parallela che ha potuto traversare lo strato sfuggendo alla diffusione. Un flusso analogo I_{r0} è quello che si ha verso la volta celeste, in corrispondenza al piano superiore di delimitazione dello strato e che è prodotto da una parziale riflessione della luce solare incidente. Può darsi che anche sulla parte inferiore della nube arrivi luce, ed il caso più naturale è determinato dall'albedo della superficie terrestre: tale luce può considerarsi in generale diffusa ed il relativo flusso luminoso I_{rl} dà luogo ad un flusso riflesso all'ingresso e ad un flusso trasmesso all'uscita della nube, che si vanno a sommare con quelli determinati dai raggi solari.

Supposti come noti i coefficienti elementari di diffusione, assorbimento e trasformazione, ed inoltre la densità dello strato, resta da studiare la questione, dal punto di vista non più elementare ma globale, di collegare fra loro i vari flussi attraverso alle suddette grandezze che rappresentano le caratteristiche dello strato. Questo problema risolto da Mecke per il caso semplice in cui fosse $\beta = \beta_d$, fu sviluppato da Albrecht che fornì le cercate relazioni in formule assai complicate in cui giocano i vari coefficienti elementari e la densità.

Nel lavoro già citato abbiamo dimostrato come questo secondo caso, concettualmente più complesso in quanto descrive anche la parziale trasformazione della luce parallela in luce diffusa nell'interno della nube, può essere riportato al primo, e cioè al caso semplice per cui $\beta = \beta_d$ ove si introduca il concetto di nuovi flussi luminosi, denominati per semplicità equivalenti, e definiti in ogni punto dello strato dalle relazioni

$$\begin{aligned} J_v &= I_v - a\,I_s \\ J_r &= I_r - b\,I_s \end{aligned} \qquad [2]$$

dove I_s rappresenta il flusso dei raggi solari paralleli non ancora diffusi, ed essendo le grandezze

$$a = \frac{(\varepsilon + \varkappa)(\beta_d - \beta)(1 - \varkappa)}{\gamma^2 - \varepsilon^2}, \quad b = \frac{(\varepsilon - \varkappa)(\beta_d - \beta)(1 - \varkappa)}{\gamma^2 - \varepsilon^2} \qquad [3]$$

funzioni dei vari coefficienti elementari ma indipendenti dalla densità e quindi dal numero delle goccie. Evidentemente per $\beta = \beta_d$, cioè per l'altezza del sole di 23°, $a = b = 0$, ed i flussi equivalenti coincidono con i flussi effettivi. Orbene per tali flussi equivalenti possono scriversi le relazioni semplicissime

$$\begin{aligned} J_{vl} &= T J_{vo} + R J_{rl} \\ J_{ro} &= R J_{vo} + T J_{rl} \end{aligned} \qquad [4]$$

ove T ed R sono due nuovi coefficienti che diremo di trasmissione e rispettivamente di riflessione globale, che sostituiscono ormai i coefficienti elementari β_d e $\varkappa$ dei quali sono funzioni della forma

$$T = \frac{\operatorname{senh} \psi}{\operatorname{senh} (\gamma \alpha l + \psi)} \quad , \quad R = \frac{\operatorname{senh} \gamma \alpha l}{\operatorname{senh} (\gamma \alpha l + \psi)} \quad . \qquad [5]$$

Da quanto abbiamo esposto discendono le seguenti semplici ed interessanti conclusioni:

1°) i flussi equivalenti trasmessi e riflessi su ciascuna delle superfici di delimitazione dello strato nuvoloso dipendono linearmente dal valore dei flussi equivalenti ivi incidenti.

2) i coefficienti di trasmissione e riflessione globali possono determinarsi con la sola conoscenza dei coefficienti elementari β_d e $\varkappa$, e della densità αl, sono perciò coefficienti caratteristici di un certo strato nuvoloso e determinati esclusivamente dal numero delle goccie, dal loro raggio e dallo spessore dello strato.

3) il valore dei flussi equivalenti trasmesso e riflesso non dipende, per un certo strato ed a parità di flusso equivalente incidente, dall'altezza del sole sull'orizzonte.

4) la determinazione dei flussi equivalenti, dati i flussi effettivi, e viceversa, implica la conoscenza delle grandezze a e b, quindi dell'altezza del sole sull'orizzonte.

Discutiamo ora i risultati esposti dal punto di vista della applicazione geofisica. Per una certa ora del giorno ed una certa stagione dell'anno noi conosciamo, nell'intorno di una certa lunghezza d'onda ed a parte l'eventuale torbidità dell'atmosfera sovrastante alla nube, la luce inviata dal sole e quindi anche il flusso effettivo incidente superiormente sullo strato nuvoloso. Per la determinazione invece del flusso incidente inferiormente e di quello trasmesso dallo strato può farsi ricorso a misure fotometriche dirette in prossimità della superficie terrestre. Possono pertanto ritenersi determinabili in via sperimentale con maggiore o minore approssimazione le grandezze I_{vo}, I_{vl} e I_{rl}. Il passaggio da queste ai flussi J_{vo}, J_{vl} e J_{rl} richiede invece la conoscenza dei parametri a e b, salvo nel caso particolare dell'altezza del sole di 23° per il quale accettando i valori di β dati da Dietzius, flussi effettivi ed equivalenti coincidono.

Nell'ambito delle lunghezze d'onda dello spettro visibile e dei raggi delle goccie inferiore al millimetro il coefficiente $\varkappa$ è assai piccolo e, nell'approssimazione di qualche percento, trascurabile di fronte a $\beta_d = 0{,}195$, cosicchè si ha all'incirca $\gamma = \sqrt{2\varkappa\beta_d}$, $\psi = \sqrt{2\varkappa/\beta_d}$. Si può inoltre, nella stessa approssimazione, trascurare $\varkappa$ di fronte ad ε, se si assume con Albrecht $\varepsilon = 2\beta$. Si ha allora $a = b = (\beta - \beta_d)/2\beta$, cioè i parametri a e b risultano indipendenti dalle caratteristiche dello strato, ma funzioni della sola altezza del sole. Applicando i valori dati da Dietzius si ottiene la seguente tabella

$z =$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90°
$a = b =$	−0,84	−0,84	−0,84	−0,79	−0,65	−0,43	−0,17	+0,06	+0,21	+0,31

Sono dunque dati sperimentalmente i flussi effettivi, immediatamente determinabili quelli equivalenti; essendo incognito, fra quelli che compaiono nelle [4] il flusso J_{ro} corrispondente all'albedo della nube verso l'alto, e dovendosi determinare insieme i coefficienti globali R e T, le due equazioni [4] non risultano sufficienti. La determinazione di uno solo dei due coefficienti è invece possibile:

quando si trascuri l'albedo terrestre, cioè si possa porre $J_{rl} = 0$, cosa che può presumibilmente farsi per cielo fortemente ed uniformemente coperto, nel qual caso risulta $T = J_{vl}/J_{vo}$;

quando sia invece $J_{ro} = 0$, come può verificarsi di notte, essendo le nubi illuminate dal basso artificialmente con proiettori, o semplicemente dalla luce diffusa da una grande città. Si può determinare così $R = J_{vl}/J_{rl}$.

Si può osservare che l'ipotesi della trascurabilità dell'albedo terrestre, ammessa per semplicità di calcolo da Mecke, soddisfa

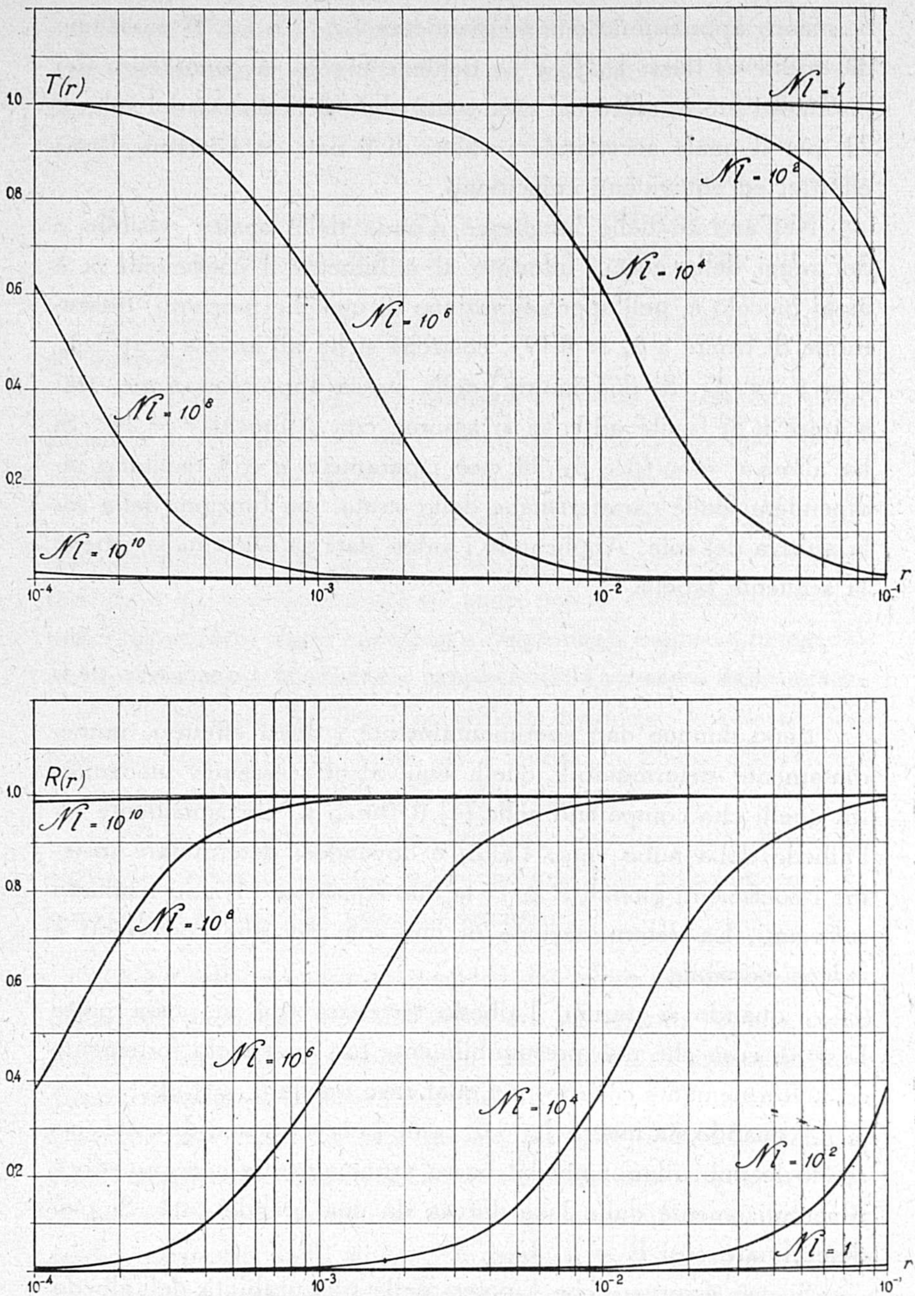

T(r)
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
Ni = 1
Ni = 10²
Ni = 10⁴
Ni = 10⁶
Ni = 10⁸
Ni = 10¹⁰
10⁻⁴
10⁻³
10⁻²
10⁻¹
r
R(r)
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
Ni = 10¹⁰
Ni = 10⁸
Ni = 10⁶
Ni = 10⁴
Ni = 10²
Ni = 1
10⁻⁴
10⁻³
10⁻²
10⁻¹
r

Fig. 1

in realtà ad una esigenza essenziale per la determinazione del problema per quanto non appaia troppo corrispondente alla realtà fisica. Il metodo invece della illuminazione dal basso e dell'osservazione della luce diffusa sembra più razionale e di attuabile realizzazione sperimentale.

Quando si sia determinato uno dei due coefficienti T o R rimane tuttavia da risalire da esso ai coefficienti elementari β_d e $\varkappa$, ed alla densità αl. Pur supponendo noto $\beta_d = 0{,}195$, è evidente che non si possono insieme determinare le altre due grandezze $\varkappa$ e αl cioè le grandezze r e $\mathcal{N} l$: se $\varkappa$ è molto piccolo e la densità della nube non troppo grande possono nelle [5] confondersi i seni iperbolici con i relativi argomenti: si ha allora

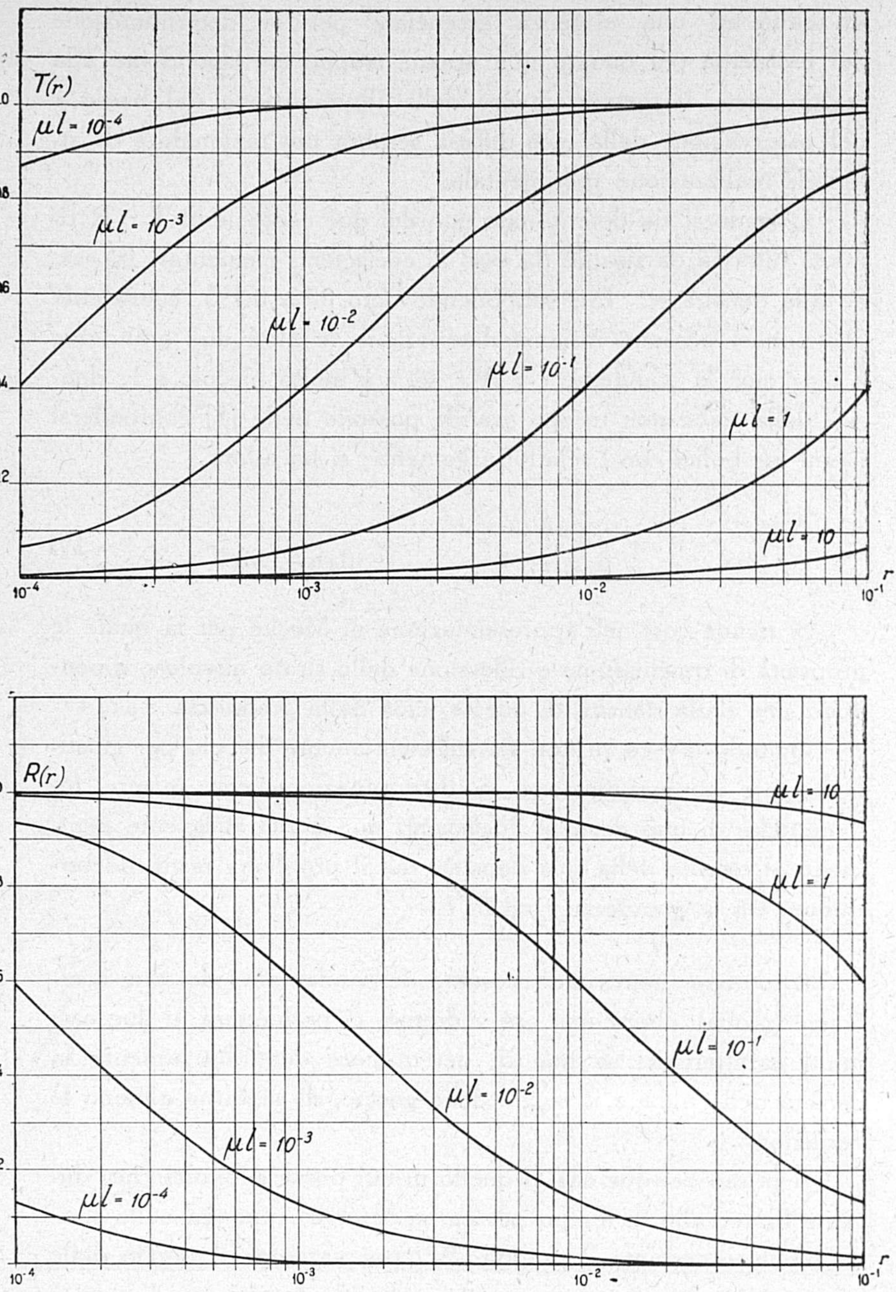
$$R = \frac{\beta_d \alpha l}{\beta_d \alpha l + 1} \;, \quad T = \frac{1}{\beta_d \alpha l + 1} \;. \qquad [6]$$

Si ricade così nell'approssimazione di Mecke per la quale le proprietà di trasmissione e riflessione dello strato nuvoloso dipendono solo dalla densità di questo, cioè dalla grandezza $3\mu l / 4r$.

Quando invece $\gamma\alpha l$ non sia sufficientemente piccolo per giustificare tale approssimazione la determinazione con misure fotometriche di uno dei due coefficienti non è più sufficiente nemmeno al calcolo della sola densità, ma il problema resta indeterminato tra le grandezze r ed $\mathcal{N} l$.

È tuttavia interessante l'esame dell'andamento dei due coefficienti globali che, come ora vedremo, ci permetterà in due casi limiti caratteristici se non di determinare quantitativamente la densità della nube e il raggio delle goccie, di seguirne almeno le variazioni.

Il primo dei due casi è quello in cui possa supporsi che, durante l'intervallo di tempo per cui si osserva, rimanga nello strato nuvoloso costante il prodotto $\mathcal{N} l$, pur variando il raggio delle goccie, cioè che queste evaporino o che al contrario su di esse si condensi nuova acqua senza però che intervengano nuovi nuclei



T(r)
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
μl = 10⁻⁴
μl = 10⁻³
μl = 10⁻²
μl = 10⁻¹
μl = 1
μl = 10
10⁻⁴
10⁻³
10⁻²
10⁻¹
r
R(r)
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
μl = 10
μl = 1
μl = 10⁻¹
μl = 10⁻²
μl = 10⁻³
μl = 10⁻⁴
10⁻⁴
10⁻³
10⁻²
10⁻¹
r

Fig. 2

di condensazione. Prendendo per il coefficiente di assorbimento dell'acqua il valore $k = 0{,}36 . 10^{-3}$ cm^{-1}, e per l'indice di rifrazione il valore $n = 1{,}333$, corrispondenti ad una lunghezza d'onda della luce di 5500 Å, che cade nella regione di massima sensibilità dell'occhio, abbiamo tracciato le curve dei coefficienti T ed R per raggi delle goccie crescenti con continuità e per vari valori del prodotto $\mathcal{N} l$ (fig. 1). Dall'esame di tali curve si rileva che il coefficiente di trasmissione diminuisce mentre quello di riflessione cresce al crescere del raggio della goccia. Ciò significa che se può ammettersi che nella nube resti costante il numero totale delle goccie il flusso equivalente trasmesso diminuisce mano a mano che esse si ingrossano mentre quello riflesso cresce. Quando le goccie si impiccoliscono per evaporazione si presenta naturalmente il fenomeno inverso.

Esaminiamo ora il secondo dei due casi limiti nel quale si supponga invece che il raggio delle goccie vari, permanendo costante la quantità totale di acqua contenuta nella nube, e cioè il prodotto μl, come si verificherebbe per il riunirsi di più goccioline in una sola. Le curve della fig. 2 tracciate per questo caso mostrano un'andamento opposto a quello del caso limite precedentemente studiato; cioè il coefficiente di trasmissione cresce e quello di riflessione diminuisce al crescere del raggio della goccia. Ciò significa che, a parità di quantità totale di acqua contenuta nella nube, il flusso equivalente trasmesso cresce e quello riflesso diminuisce quando piú goccie si fondono in una sola.

Questo lavoro è stato eseguito presso l'Istituto Nazionale di Geofisica del Consiglio Nazionale delle Ricerche.

Roma, agosto 1941-XIX.