

PUBBLICAZIONI
DELL'ISTITUTO NAZIONALE DI GEOFISICA
DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
diretto dal prof. ANTONINO LO SURDO Accademico d'Italia

N. 77

LILIANA MARCELLI

Caratteristiche fondamentali delle
onde longitudinali dirette nell'Italia
centrale (Toscana)

ROMA
ANNO MCMXLI-XX

ESTRATTO DA "LA RICERCA SCIENTIFICA"
ANNO 13° - N. 10 - OTTOBRE 1942-XX, pag. 591

ROMA, 1942-XX - TIPOGRAFIA TERME - VIA PIETRO STERBINI, 6

Riassunto: E' stato provato che la velocità di propagazione delle onde longitudinali dirette non è la stessa per tutta Europa: essa va diminuendo gradatamente a mano a mano che si procede dal Nord al Sud Europa. Mentre nella Germania settentrionale raggiunge i 5,9 km/sec, nell'Italia centrale (Toscana) scende a 5,4 km/sec. Nel presente lavoro, dopo aver verificato l'attendibilità dei risultati relativi all'Italia centrale, si procede allo studio delle onde longitudinali dirette proprie di questa regione, delle quali sono determinati gli elementi caratteristici: velocità di propagazione, distanza critica ed angolo di emergenza corrispondenti, tempi di tragitto e relativi angoli di emergenza per diversi valori della distanza e della profondità ipocentrale, profondità massima cui possono giungere queste onde per distanze assegnate, limite di ricezione, ecc. La conoscenza di alcune di queste caratteristiche presenta notevole interesse anche dal punto di vista pratico.

E' stato provato che la velocità di propagazione delle onde *Pg* non è la stessa in tutta Europa, ma va diminuendo gradatamente man mano che si procede dal Nord Europa al Sud Europa. Infatti, tale velocità che nella Germania settentrionale raggiunge i 5,9 km/sec scende nell'Italia centrale fino a 5,4 km/sec ⁽¹⁾.

Ci proponiamo ora di mostrare, con una ulteriore verifica, l'attendibilità dei risultati relativi all'Italia centrale, adottando un procedimento ideato da Galitzin e adattato, con opportune modifiche ed estensioni da Caloi allo studio delle onde *Pg*: procedimento che permette di trarre anche degli interessanti risultati sugli altri elementi caratteristici delle traiettorie dei raggi sismici diretti.

RICHIAMI TEORICI. — I dati analitici di cui mi sono valsa hanno già fatto argomento di una nota di P. Caloi ⁽²⁾ il quale, sulla base delle costanti sismiche valutate per l'Europa centrale, poté stabilire le caratteristiche più notevoli delle onde *Pg*. Sulla stessa traccia io ho calcolato le costanti sismiche per l'Italia centrale, stabilendo così per questa regione le analoghe caratteristiche che mostrerò poi a confronto con le precedenti.

Per quel che riguarda la teoria completa rimando alla già citata nota di P. Caloi (« Contributo allo studio delle onde *Pg* », Ric. scient. 1933). Mi limito qui soltanto ad esporre le formule di cui mi sono valsa per eseguire tutti i calcoli: i simboli che compaiono in esse hanno i seguenti significati:

v , e ed r sono rispettivamente la velocità di propagazione, l'angolo di emergenza e la distanza dal centro della terra, in un generico punto della traiettoria sismica;

v_0 , e_0 , r_0 gli analoghi valori in superficie; T il tempo di propagazione del raggio a partire dall'ipocentro, Δ e Θ le distanze epicentrali valutate rispettivamente in km e in gradi. Inoltre si è posto

$$h = r_0 - r \qquad x = \frac{r^2}{r_0^2} \qquad v = \frac{v_0^2}{v^2} \qquad \xi = \frac{h}{r_0}$$

Tutti questi simboli saranno muniti di un indice h se si riferiscono ad una profondità ipocentrale h .

$$[1] \quad \cos e = \frac{v}{v_0} \frac{r_0}{r} \cos e_0$$

$$[2] \quad c = \frac{1 - v_h}{2 \xi \left(1 - \frac{\zeta}{2} \right)}$$

$$[3] \quad R = \pm \sqrt{c x_1^2 + (1 - c) x_1 - \cos^2 e}$$

essendo x_1 il valore di x all'ipocentro.

$$[4] \quad 2 \theta = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{sen} 2e}{\cos 2e + c} - \operatorname{arctg} \frac{2 R \cos e}{2 \cos^2 e - (1 - c) x_1}$$

$$[5] \quad T = \frac{1}{2} \frac{1}{v_0} r_0 \left[\operatorname{sen} e - R + \frac{1}{2} \frac{1 - c}{\sqrt{c}} \log \frac{1 + c + 2 \sqrt{c} \operatorname{sen} e}{1 - c + 2 c x_1 + 2 \sqrt{c} R} \right]$$

(In queste formule si è indicato solo con e l'angolo d'emergenza in superficie: $e = e_0$).
Il valore di T_0 (ossia del tempo impiegato da un'onda sismica per percorrere il tragitto ipocentro-epicentro) è dato dalla formula

$$[6] \quad T_0 = \frac{1}{2} \frac{r_0}{v_0} \left[1 - \sqrt{x_1 [1 - c (1 - x_1)]} + \frac{1 - c}{\sqrt{c}} \log \frac{1 + \sqrt{c}}{\sqrt{c x_1} + \sqrt{1 - c (1 - x_1)}} \right]$$

Dalla conoscenza di T e di T_0 si ricava il valore di $T'' = T - T_0$.
Infine l'angolo d'emergenza per ogni singola distanza epicentrale è dato dalla

$$[7] \quad \cos^2 e = \frac{1}{4 + \frac{(1 - x_1)^2}{x_1 \sin^2 \Theta}} \left[\left\{ 1 + x_1 - c (1 - x_1 + 2 x_1 \sin^2 \Theta) \right\} + \left\{ 2 \sqrt{x_1} \sqrt{1 - c (1 - x_1) - c^2 x_1 \sin^2 \Theta} \cos \Theta \right\} \right]$$

APPLICAZIONE AL TERREMOTO DELL'APPENNINO TOSCO-ROMAGNOLO DELL'11 FEBBRAIO 1939. — Poichè dagli ultimi studi fatti risulta che lo spessore della prima superficie di discontinuità è per l'Italia centrale di circa 30 km (notevolmente inferiore quindi allo spessore di 50÷60 km attribuito invece all'Europa centrale) si sono eseguiti i calcoli limitatamente a tale strato, assumendo, come valori per la velocità di propagazione delle onde Pg in superficie e a 30 km di profondità, 5,2 km/sec e 5,6 km/sec rispettivamente, ossia i valori trovati da Caloi nello studio del terremoto dell'Appennino toscoromagnolo dell'11 febbraio 1939.

Con questi valori per $(v_0)_0$ e $(v_{30})_0$, assumendo $r_0 = 6367$ km, si ha dalla [2]

$$C_0 = 14,6531$$

Come valore per la profondità ipocentrale si è preso quello già calcolato da Caloi di $h = 10$ km e quindi per $(x_1)_0$ si ha il valore

$$(x_1)_0 = 0,99686$$

Con questi valori si può determinare, mediante la formula [5] (dopo aver calcolate la [3] e la [7]), il tempo che impiega il raggio sismico a passare dall'ipocentro alle varie stazioni. Si son così ritrovati, per i tempi ipocentrali, dei valori che scartano di appena qualche decimo di secondo da

quelli già calcolati da Caloi. Infatti le 5 stazioni le cui registrazioni si sono mostrate le più attendibili, hanno dato, come media, il tempo origine

$$12^h 16^m 54^s, 45.$$

Caloi aveva ottenuto come media, per il tempo all'ipocentro, il valore

$$T_0 = 12^h 16^m 54^s, 6.$$

Se poi dai nuovi valori si esclude quello di Foligno, che è quello che scarta di più, si trova che il valore medio per il tempo all'origine è

$$T'_0 = 12^h 16^m 54^s, 6;$$

tale valore coincide fino al decimo di secondo con quello precedente.

Il buon accordo dei nuovi risultati con quelli già ottenuti in precedenza, è una ulteriore conferma dell'attendibilità dei presupposti da cui si è partiti circa la profondità ipocentrale e i valori delle velocità delle Pg in superficie e a 30 km di profondità.

VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE DELLE ONDE Pg . — Si può ora passare allo sviluppo di quei calcoli che permetteranno di stabilire anche per l'Italia centrale quelle caratteristiche sismiche già trovate per l'Europa centrale: tale sviluppo avrà un andamento parallelo a quello tenuto da Caloi nella nota già menzionata.

Con una formula che discende dall'ipotesi della variazione lineare del rapporto $v = \frac{v_0^2}{v^2}$, si può determinare la velocità di propagazione delle Pg , una volta noti i valori v_0 e c . Tale formula è $v = \frac{v_0}{\sqrt{1 - c\zeta(2 - \zeta)}}$; assumendo per v_0 e c i valori già ottenuti per l'Italia centrale ($v_0 = 5,2$ km/sec; $c = 14,6531$), si troveranno i valori di v in corrispondenza di un qualsiasi valore assegnato di h (essendo $\zeta = \frac{h}{r_0}$).

I risultati dei calcoli eseguiti per varie profondità calcolate di 5 in 5 km, fino a 30 km sono contenuti nella tabella 1.

TABELLA 1

h	v
0 km	5,2 km/sec
5	5,26
10	5,32
15	5,39
20	5,46
25	5,53
30	5,60

Distanza critica Δ_m ed angolo di emergenza corrispondente. — Fra tutti i raggi uscenti dall'ipocentro, si considerino quelli per i quali l'ipocentro sia il punto più basso della traiettoria: in tal caso i due archi di curva uscenti dal fuoco sono simmetrici. Siano Θ_m , Δ_m , e_m , h_m i valori di Θ , Δ , e , h riferiti a questi raggi particolari. Dal fatto che nel punto più basso della traiettoria sismica si annulla la R il cui valore è espresso dalla [3], se ne deduce immediatamente, dalla [3] stessa

$$[8] \quad \cos^2 e = x_1 [1 - c(1 - x_1)]$$

La distanza angolare Θ_m (distanza angolare critica) tra i raggi passanti per l'ipocentro e per il punto d'emergenza è data dalla [4] ove però si faccia $R = 0$ e si tenga conto della [8]. Si ha:

$$[9] \quad \sin^2 \Theta_m = \frac{(1 - x_1) [1 - c(1 - x_1)]}{1 - c + 2cx_1}$$

Con queste due formule, prendendo per c il solito valore $C = 14,6531$, e asse-
gnando ad h_m dei determinati valori, si può calcolare la distanza epicentrale corri-
spondente $\Delta_m = r_0 \Theta_m$ (distanza critica) e il relativo angolo d'emergenza. Nella ta-
bella 2 sono riportati i valori di Δ_m ed e_m calcolati di km in km per le profondità
da 1 a 30 km.

TABELLA 2

h in km	Δ_m	e_m	h in km	Δ_m	e_m
1 km	28,46 km	4° 01' 00''	16 km	110,26 km	16° 14' 15''
2	39,01	5 42 00	17	113,37	16 44 51
3	47,75	6 58 00	18	116,46	17 15 15
4	56,66	8 04 00	19	119,35	17 44 09
5	64,49	9 01 15	20	122,15	18 12 06
6	68,93	9 52 30	21	124,94	18 40 27
7	74,40	10 41 00	22	127,56	19 07 15
8	79,30	11 26 30	23	130,10	19 33 42
9	84,23	12 08 00	24	132,57	19 59 21
10	88,33	12 47 28	25	135,05	20 25 39
11	92,40	13 24 52	26	137,38	20 50 30
12	96,38	14 02 00	27	139,65	21 15 00
13	100,05	14 36 24	28	141,93	21 40 00
14	103,56	15 09 52,5	29	144,01	22 03 36
15	107,03	15 43 00	30	146,17	22 26 57,6

TEMPI DI TRAGITTO DELLE ONDE Pg ED ANGOLO D'EMERGENZA. — Con
le formule [7] e [3] si sono calcolate le grandezze e ed R . Una volta
note queste, con la [5] e la [6] si sono trovati i valori del tempo T di
tragitto delle Pg ad una stazione di osservazione, del tempo T_0 del cam-
mino ipocentro-epicentro e quindi, immediatamente, del tempo T' , loro dif-
ferenza.

I valori ottenuti dopo calcoli laboriosi saranno riportati in una nota a
parte, di prossima pubblicazione. Qui ci limitiamo a riportare i valori di T'
(fig. 1 e 2) e di e messi a confronto (questi ultimi) con quelli dell'Europa
centrale.

PROFONDITÀ MASSIMA A CUI ARRIVANO LE Pg PER UNA DATA DISTANZA
EPICENTRALE E LIMITE DI RECEZIONE DELLE Pg . — Supponendo che l'ipo-
centro sia in superficie, il valore di x_1 si riduce ad 1; e dalla [7] si de-
duce che

$$[10] \quad \sin (2e - \Theta) = c \sin \Theta$$

Se si indica con h_m la massima profondità raggiunta da un raggio sismico,
si ha

$$h_m = r_0 [1 - \sqrt{(x_1)_m}]$$

essendo

$$(x_1)_m = 1 - \frac{\sin e \sin \frac{\Theta}{2}}{\cos \left(e - \frac{\Theta}{2} \right)}$$

come, ricordando la [10], si ricava da

$$c (x_1)_m^2 + (1 - c) (x_1)_m = \cos^2 e$$

Nella tabella 3 sono riportati i risultati del calcolo dell'angolo d'emergenza e della massima profondità ipocentrale h_m cui arrivano le Pg ; tali valori sono stati calcolati per varie distanze epicentrali che variano da 25 a 300 km.

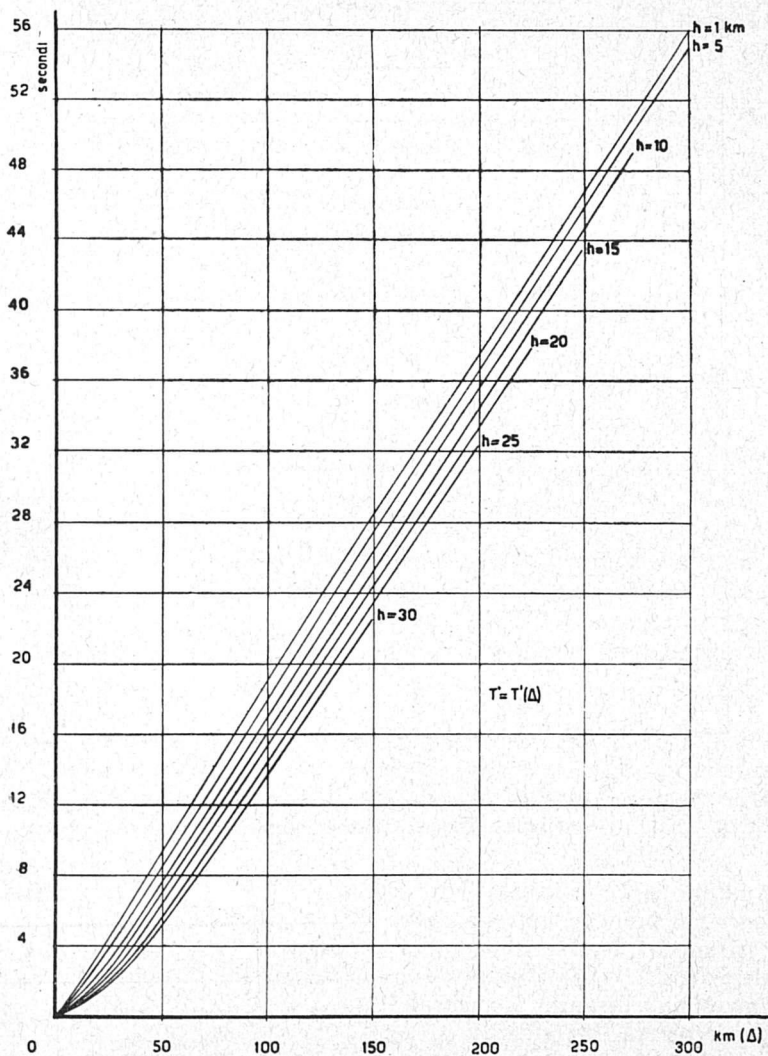


Fig. 1 - Tempi di tragitto di un raggio sismico dall'epicentro (Italia centrale).

Sia e che h_m subiscono delle notevoli variazioni con la distanza epicentrale, ma mentre l'incremento che subisce e è quasi costante, l'incremento delle h_m cresce invece con la distanza ed ha un andamento iperbolico.

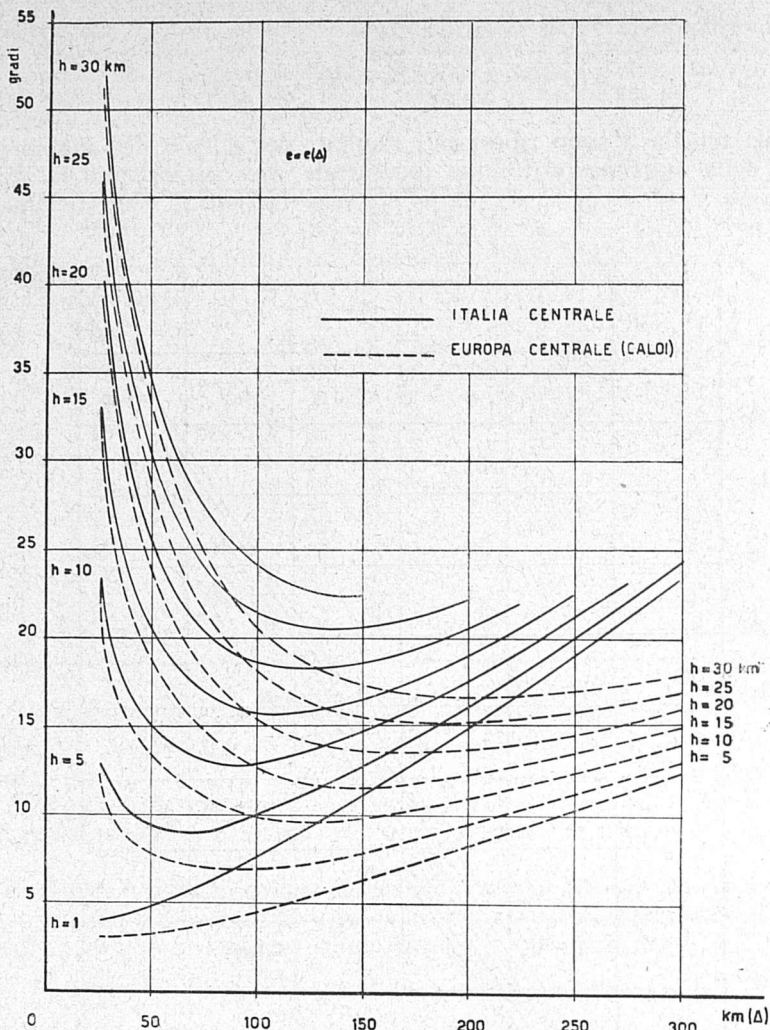


Fig. 2 - Angolo di emergenza di un raggio sismico a varie profondità ipocentrali (Italia centrale - Europa centrale).

Per ultimo si è calcolata la *distanza limite* cui può giungere un'onda *Pg* che parte da diverse profondità ipocentrali.

La massima distanza epicentrale che può percorrere un'onda *Pg* è quella che intercede tra le due emergenze di un raggio sismico che nel punto più basso della sua traiettoria risulti tangente alla superficie di discontinuità. Tale distanza limite si può raggiungere solo se si ha un ipocentro

TABELLA 3

Δ in km	e	h_m in km
25	01° 45' 42", 80	00,19
50	03 31 45 , 25	00,77
75	15 18 27 , 75	01,74
100	07 06 11 , 75	03,11
150	10 46 21 , 85	07,12
200	14 36 07 , 64	12,99
250	18 41 04 , 36	21,04
300	23 10 31 , 60	31,88

