PUBBLICAZIONI
DELL'ISTITUTO NAZIONALE DI GEOFISICA
DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
diretto dal prof. ANTONINO LO SURDO Accademico d'Italia

N. 79

ENRICO MEDI

Gli equalizzatori di potenziale

ROMA
ANNO MCMXLII-XX

Estratto dalla « *Rivista di Meteorologia* »
Vol. IV - Fasc. 1-2 - Anno 1942-XX

ROMA - SCUOLA TIPOGRAFICA PIO X - VIA DEGLI ETRUSCHI, 7-9 - ROMA

La determinazione del potenziale in un punto di un dielettrico (nel caso che tratteremo: l'aria) può sperimentalmente essere ottenuta mediante diversi artifici. Nella presente nota si analizzano alcuni dei metodi maggiormente in uso, per discutere le condizioni fisiche a cui devono soddisfare.

Per impostare e chiarire il problema si supponga inizialmente l'esistenza di un campo elettrico uniforme fra due piani M_1 e M_2 orizzontali, conduttori a potenziali V_1 e V_2 essendo $V_2 > V_1$ sia d la distanza fra questi per cui il campo risultante è

$$E = \frac{V_2 - V_1}{d} \quad .$$

Un disco metallico G (fig. 1)*, sufficientemente esteso, per trascurare le perturbazioni ai bordi, e di sottile spessore, scaricato

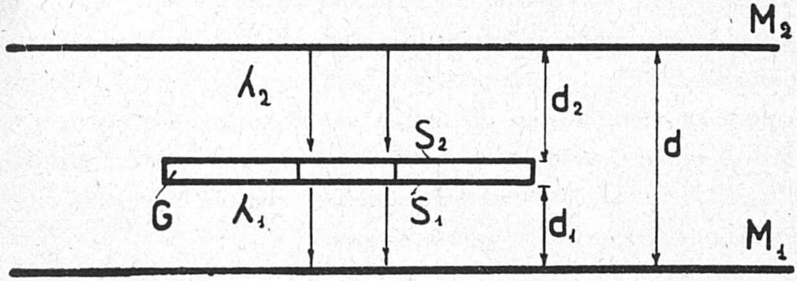

Fig. 1

in un pozzo ad induzione, e poi introdotto nel campo, tenendolo sempre isolato elettrostaticamente, assume il potenziale della superficie equipotenziale di cui occupa la giacitura. Spostandolo nor-

---

* *Nota.* - Le figure 1, 2, 3 hanno lo scopo di fornire indicazioni solo qualitative e schematiche circa l'andamento delle linee di forza del campo elettrico.

malmente alle linee di forza del campo assume i vari potenziali corrispondenti alle diverse distanze d_i dal piatto inferiore M_1

$$V_i = E d_i + V_1 = \frac{V_2 - V_1}{d} d_i + V_1 .$$

Ciò risulta dalla semplice considerazione che al centro del piatto il potenziale dovuto alle cariche su questo indotte è nullo, essendo nulla la sommatoria

$$\Sigma \frac{q_i}{r_i} = 0 \qquad \int_s \sigma\, d s = 0$$

perchè abbiamo supposto precedentemente $\Sigma q = 0$ e perchè per ragioni di simmetria, essendo il campo uniforme, le cariche di segno opposto indotte sono simmetricamente distribuite.

Rimane quindi il potenziale dovuto alle cariche distribuite sui due conduttori (supposto che non siano variate per induzione reciproca con il piatto). Collegando questo con il conduttore a potenziale V_1 e, successivamente, togliendo la comunicazione, il valore di V_1 rimane inalterato fino a che non si verifichi un trasporto di cariche. Su una porzione S_2 di superficie del piatto, nella parte più centrale, sia distribuita una sostanza radioattiva, capace di rendere conduttrice l'aria compresa nello spazio esistente fra M_2 e G. S_2 è la superficie superiore che ora è presa in considerazione. Il campo su questa superficie è

$$E_2 = \frac{V_2 - V_1}{d_2} \qquad d_2 + d_1 = d$$

mentre sulla superficie S_1 inferiore, con le condizioni poste, nella parte centrale è nullo

$$E_1 = \frac{V_1 - V_1}{d_1} = 0 .$$

Sotto l'azione del campo E_2 si produce un trasporto di cariche positive nel senso da M_2 verso S_2 e negative in senso opposto la densità di corrente è

$$j_2 = E_2 \lambda_2 \qquad \lambda_2 = \Sigma\, n_i\, e\, u_i$$

chiamando λ_2 la conducibilità media nello spazio data dalla sommatoria dove n_i sono le concentrazioni dei vari tipi di ioni, u_i le rispettive mobilità, e la carica elementare.

L'intensità della corrente è fornita dalla

$$\int_{s_2} j_2\, d\, s = i_2 \, .$$

Se si trascurano i bordi in termini finiti si può scrivere

$$\frac{d\,Q}{d\,t} = E_2 \lambda_2\, s_2 = \frac{V_2 - V}{d_2} \lambda_2\, s_2 \, .$$

Se C è la capacità del disco

$$\frac{d\,Q}{d\,t} = C\,\frac{d\,V}{d\,t} = \frac{V_2 - V}{d\,t} \lambda_2\, s_2 \qquad d\,V = \frac{V_2 - V}{C\, d_2} \lambda_2\, s_2\, d\,t$$

se si pone

$$\frac{s_2}{C\, d_2} = \alpha \qquad \frac{d\,V}{d\,t} + V\,\alpha\,\lambda_2 = V_2\,\alpha\,\lambda_2 \qquad V = V_2 \left(1 - e^{-\alpha\lambda_2 t}\right) .$$

La corrente tende ad annullare la carica distribuita sulla superficie S_2 e quindi annullare il campo raggiungendo G il potenziale V_2.

Consideriamo ora invece il caso in cui si abbia una conducibilità anche nello spazio uno compreso fra M_1 e G.

Sulle due superfici S_2 ed S_1 si ha un trasporto di cariche di segno opposto positive su S_2 e negative su S_1.

L'equazione diventa della forma

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{C\,dV}{d\,t} = \frac{V_2 - V}{d_2}\,s_2\,\lambda_2 + \frac{V - V_1}{d_1}\,\lambda_1\,s_1$$

$$\frac{dV}{dt} - V\left(\frac{d_1\lambda_2 s_2 + d_2\lambda_1 s_1}{d_2\,d_1\,c}\right) = -\,\frac{V_2\,d_1\lambda_2 s_2 + d_2\lambda_1 s_1 V_1}{d_2\,d_1\,c}$$

la soluzione è

$$V = \frac{V_2\,d_1\lambda_2 s_2 + V_1\,d_2\lambda_1 s_1}{d_1\lambda_2 s_2 + d_2\lambda_1 s_1}\left(1 - e^{-\left(\frac{d_1\lambda_2 s_2 + d_2\lambda_1 s_1}{d_1\,d_2\,c}\right)t}\right)$$

che si riduce al caso particolare precedente facendo $\lambda_1 = 0$.

Per t tendente all'infinito il potenziale tende al valore

$$\frac{V_2\,d_1\,\lambda_2\,s_2 + V_1\,d_2\,\lambda_1\,s_1}{d_1\,\lambda_2\,s_2 + d_2\,\lambda_1\,s_1}\,.$$

Quando il sistema ha raggiunto le condizioni di stazionarietà la divergenza della densità di corrente risulta nulla div $j = 0$, è nulla perciò la variazione di carica sul conduttore G; $\frac{dQ}{dt} = 0$.

Nelle particolari condizioni supposte si ha

$$i_1 + i_2 = 0$$

cioè

$$E_1\,\lambda_1\,s_1 + E_2\,\lambda_2\,s_2 = 0 \qquad \text{ponendo} \qquad s_1 = s_2 \qquad \lambda_1 = \lambda_2$$

quindi se le due conducibilità sono eguali, il potenziale V diviene

$$E_1 = -\,E_2 \qquad \frac{V - V_2}{d_2} = \frac{-V + V_1}{d_1}$$

da cui

$$V = \frac{V_2\,d_1 + V_1\,d_2}{d_1 + d_2} = E\,d_1 + V_1\,.$$

Questo potenziale è eguale a

$$V' = E\,d_1 + V_1$$

cioè il piattino ha raggiunto per la presenza della conducibilità dovuta alle sostanze radioattive, il potenziale spettante alla superficie occupata.

Concludendo, in condizioni di equilibrio, le intensità di corrente sulle due faccie sono eguali ed opposte, su una di esse il campo elettrico è di segno opposto al campo esistente sull'altra e tale che la div E risulti eguale a zero.

Quindi si realizzano le due condizioni

$$\operatorname{div} E = 0 \qquad \int_s E \lambda \, ds = 0 = \int_s 4 \pi \sigma \lambda \, ds \tag{1}$$

$$\int_s E \, ds = 0 = \int_s 4 \pi \sigma \, ds \tag{2}$$

L'esempio ora trattato serve a chiarire il caso generale: si tratta di determinare la differenza tra il potenziale di un punto P e un potenziale di riferimento (per esempio quello della terra) considerato come zero. Il punto P è in un campo elettrostatico solenoidale, il dielettrico è l'aria la sonda, usata come equalizzatore, è costituita da un conduttore metallico di dimensioni piuttosto ridotte (una piccola sfera di qualche centimetro di diametro), sulla cui superficie è depositata una sostanza radioattiva.

Sulla superficie del conduttore, si stabilisce un campo elettrico dovuto all'induzione del campo preesistente, e quindi si determina un trasporto di cariche nell'aria circostante resa conduttrice dalla ionizzazione prodotta dalla sostanza radioattiva.

Sopra un elementino di superficie *ds* giunge nel tempo *dt* la quantità di carica

$$dQ = E \lambda \, ds \, dt = 4 \pi \sigma \lambda \, ds \, dt$$

L'intensità totale della corrente che perviene alla superficie del conduttore è data da

$$i = \frac{dQ}{dt} = \int_s E \lambda \, ds = \int_s 4 \pi \sigma \lambda \, ds \ .$$

Il potenziale del sistema varia, rispetto a quello iniziale, fino che non si raggiunge un equilibrio dinamico: la quantità di carica che giunge sul conduttore in un dato tempo deve essere esattamente eguale a quella di segno opposto, che in esso arriva, in modo che valgano le condizioni di stazionarietà

$$\Sigma i = 0 \qquad \frac{dQ}{dt} = 0 = \int_s E \lambda \, ds \; .$$

Il potenziale della sonda conserva un valore stabile.

Per la misura interessa inoltre che detto valore sia quello spettante al potenziale dello spazio occupato dal conduttore (in assenza del conduttore stesso), o per lo meno molto prossimo.

La condizione, per un ragionamento analogo a quello svolto nell'esempio precedente è che la carica totale distribuita sulla superficie della sonda sia nulla, così che la divergenza del campo sia ancora eguale a zero, conservando la caratteristica di essere solenoidale. Per il centro della sfera infatti la

$$\Sigma \frac{q_i}{r_i}$$

risulta nulla, perche $\Sigma Q = 0$ quindi il potenziale non è alterato.

Questa condizione in maniera più completa si può scrivere

$$\int_s \sigma \, ds = 0$$

che unita alla precedente ci dà l'insieme delle condizioni alle quali deve contemporaneamente soddisfare l'equalizzatore e precisamente: quando dopo un certo tempo, che dovrebbe essere ridotto più breve possibile, la prima è soddisfatta, deve risultare soddisfatta anche la seconda, se si vuole che i valori trovati non siano discosti da quelli cercati.

Facciamo notare che se la conducibilità λ è eguale in tutto lo spazio λ = cost l'annullarsi del primo integrale comporta l'annullamento del secondo

$$\int_s \sigma \lambda \, ds = \lambda \int_s \sigma \, ds = 0 \quad \text{quindi} \quad \int_s \sigma \, ds = 0$$

quindi la sonda risponde alle due condizioni.

In pratica non è possibile realizzare la condizione λ = cost anzi nelle comuni sonde l'agente ionizzante è localizzato in una limitata porzione S' del conduttore.

Per trattare questo caso schematicamente, si può supporre nulla la conducibilità in vicinanza del resto della superficie, e diversa da zero $\lambda \neq 0$ in prossimità di S'.

Dopo un certo tempo sono raggiunte le condizioni di stazionarietà per cui deve essere soddisfatta l'espressione

$$\int_s E \lambda \, ds = 0 \, .$$

Detto integrale va esteso alla sola porzione S'

$$\int_{s'} E \lambda \, ds = 0 \tag{3}$$

perchè nullo è il pezzo concernente l'altra parte del conduttore per la quale si ha $\lambda = 0$.

Affinchè la (3) risulti verificata, è necessario che le linee di forza del campo assumano una configurazione tale che la S' risulti divisa in due zone S_1' ed S_2'. Sulla S_1' il campo è diretto verso l'interno, quindi la densità superficiale σ è negativa, per la S_2' il campo è uscente, la σ è positiva.

Le due zone sono separate da una linea lungo la quale il campo è nullo. Questa linea è l'intersezione della superficie equipotenziale a cui appartiene il conduttore, la quale si estende nello spazio circostante, e la superficie del conduttore stesso. Per esempio nel caso di una sfera in campo uniforme, per la quale

$\lambda = \text{cost}$ in tutti i punti, e che quindi raggiunge il potenziale spettante al punto occupato dal centro, la superficie equipotenziale è un piano che tocca la sfera lungo un cerchio massimo.

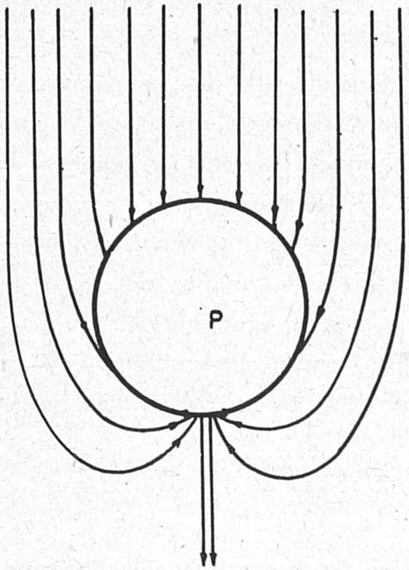

Fig. 2

Tornando al caso generale precedente su S_1' e S_2' si hanno due intensità di corrente tali che (vedi (fig. 2)

$$\int_s E \lambda\, d s = -\int_s E \lambda\, d s \ .$$

La seconda condizione in generale non risulta soddisfatta perchè le linee di forza del campo sono state deformate; è possibile però disporre la superficie S', portante la sostanza radioattiva, in modo che le linee di forza del campo risultino deformate simmetricamente, il che si ha quando la S' è per esempio parallela alla direzione primitiva del campo.

Se l'azione ionizzante è molto intensa ed estesa per un tratto considerevole, detto spazio può essere considerato come un conduttore, in esso si ha uno scambio di cariche con il resto dell'atmosfera e le considerazioni svolte, sotto opportune condizioni si possono ad esso estendere. La superficie equipotenziale, alla quale appartiene la sonda, dipende in tal caso anche dalla estensione di questo volume fortemente ionizzato, perciò è necessario ridurre al minimo valore possibile il raggio di azione della sostanza ionizzante, se non si vuole incorrere in errori di considerevole entità.

La sonda è unita ad un sistema di misura (filo conduttore, elettrometro) il cui complesso presenta una capacità in genere notevole.

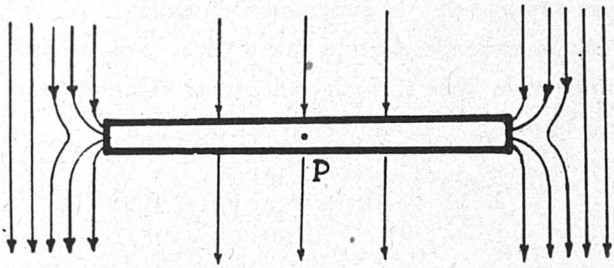

Fig. 3

Per ridurre il tempo necessario, affinchè la sonda si metta in equilibrio elettrostatico, è necessario che la corrente ionica abbia un valore piuttosto elevato, e quindi la conducibilità deve essere notevole e la superficie attiva sufficientemente estesa.

Queste condizioni sono tali da contrastare con quelle richieste in base alla esposizione precedente, si deve perciò a seconda dei casi procedere in modo che siano soddisfatte nel miglior modo possibile le diverse condizioni.

Una disposizione opportuna potrebbe essere fornita da un disco metallico disposto normalmente al campo e portante sulla superficie laterale la sostanza radioattiva. Con questa disposizione le linee di forza assumono un andamento molto prossimo a quello simmetrico e quindi l'integrale

$$\int_s E\, d s$$

è vicino allo zero. (Vedi fig. 3).

Un altro tipo di equalizzatore è la sonda a gocciolio.

Un tubo sottile conduttore, isolato, lascia sgocciolare ad una estremità dell'acqua. Il funzionamento si può spiegare con ragionamento analogo a quello svolto per le altre sonde.

Se il sistema è inizialmente a terra, sulla goccia si trova una carica dovuta all'induzione del campo, e in eccesso negativa, se il campo è diretto verso la superficie del suolo.

La goccia cadendo asporta tale carica, il potenziale del sistema aumenta, le linee di forza del campo si deformano intorno alla goccia fino a che si realizzano le condizioni

$$\frac{dQ}{dt} = 0 \qquad \int_s \sigma\, d s = 0$$

ciò significa che la superficie della goccia risulta divisa in due parti, una con il campo entrante (densità negativa) una con il campo uscente (densità positiva) la carica asportata complessivamente per il distacco della goccia è nulla.

Risulta quindi realizzata la condizione $\Sigma Q = 0$ quando si attua la condizione di stazionarietà. Se le perturbazioni portate dalla carica distribuita sul tubo si possono trascurare, la sonda a gocciolio realizza sempre le condizioni dovute.

L'uso della sonda a gocciolio, per la poca prontezza e per le difficoltà sperimentali, è però meno pratico di quello delle sonde radioattive.

Istituto Nazionale di Geofisica
del Consiglio Nazionale delle Ricerche