PUBBLICAZIONI
DELL'ISTITUTO NAZIONALE DI GEOFISICA
DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
diretto dal prof. ANTONINO LO SURDO Accademico d'Italia

N. 93

PIETRO CALOI

Sull'attrito interno nella crosta terrestre

ANNO MCMXLIII-XXI
ROMA

ESTRATTO DA "LA RICERCA SCIENTIFICA"
ANNO 14° - N. 1 - GENNAIO 1943-XXI, pag. 4

ROMA 1943-XXI - TIPOGRAFIA TERME - VIA PIETRO STERBINI, 6

Riassunto: Si prova che il coefficiente d'attrito interno nella crosta terrestre è dell'ordine di 10^{10} poise.

1. — I materiali costituenti la crosta terrestre si comportano come *viscosi* (in senso lato) se sottoposti all'azione di forze lungamente applicate, come *elastici* se le forze agiscono bruscamente e per breve periodo di tempo.

La prima qualità è manifesta nelle rocce sedimentarie, formatesi un tempo sul fondo dei mari e sottoposte successivamente alla lenta azione di corrugamento della crosta terrestre, rivelata anche dai livellamenti di precisione; la seconda è testimoniata dalla propagazione delle onde sismiche.

La diversa durata dell'azione delle forze alle quali sono sottoposti può quindi rivelare l'una o l'altra delle due proprietà dei materiali costituenti la crosta terrestre.

Nei materiali della crosta terrestre, specie in quelli cristallini, si riscontra però un'altra proprietà — sovente confusa con la viscosità —: questi materiali, sottoposti all'azione di forze, in conseguenza dell'attrito interno non riprendono, come avviene nei corpi puramente elastici, la forma primitiva, al cessar della causa perturbante, ma vi pervengono soltanto dopo un certo tempo. Questa proprietà, dipendente dall'« attrito interno » è detta anche — secondo la denominazione di Jeffreys — *firmo-viscosità*.

Il modo d'agire dell'attrito interno si differenzia sostanzialmente da quello della viscosità. Esso presenta particolare interesse nella propagazione delle onde elastiche, sulle quali agisce provocando sia diminuzione d'ampiezza che mutamento nella forma d'onda.

Si hanno quindi due costanti indipendenti atte a caratterizzare le deformazioni in corpi non perfettamente elastici: il *coefficiente di viscosità,* che mostra la tendenza a fluire della sostanza considerata e il *cofficiente di attrito interno,* il quale misura la velocità, con cui la sostanza, necessariamente non viscosa, sottoposta a forze deformanti, perviene alla sua configurazione finale.

Sia F una forza agente in un corpo completamente elastico; se μ è il modulo di distorsione ed. s la distorsione, sarà $F = \mu \cdot s$. Se il corpo non è esclusivamente elastico, la deformazione non è così facilmente esprimibile. Nel caso di *viscosità,* secondo Maxwell vale la relazione

$$s = \frac{F}{\mu} + \frac{1}{\mu \tau_1} \int F \, d t , \qquad [1]$$

dove τ_1 è una costante.

La deformazione assume perciò dapprima il valore F/μ e si incrementa successivamente di $\frac{1}{\mu\,\tau_1}\int F\,dt$. Scomparsa la forza deformante F, rimane una residua deformazione permanente, espressa appunto dal termine $\frac{1}{\mu\,\tau_1}\int F\,dt$. In pratica però è facile pervenire a conclusioni errate poichè τ_1 (che solo in prima approssimazione può essere considerato costante) può assumere i valori che gli vengono attribuiti soltanto entro i limiti della *fermezza* (*strength* degli anglo-sassoni; *fliesswiderstand* dei tedeschi; equivale alla tensione a partire dalla quale nei corpi solidi possono originarsi correnti plastiche (fenomeni di scorrimento)).

Alla quantità $\nu = \mu\,\tau_1$ si dà il nome di *coefficiente di viscosità*.

J. Larmoi e Jeffreys ([1]) propongono la seguente relazione per la *resistenza di attrito*, che impedisce ad un corpo cristallino di raggiungere subito, sotto l'azione di forze tangenziali, la conseguente deformazione

$$s = \frac{F}{\mu} - \tau_2\,\frac{\partial s}{\partial t}\,. \qquad [2]$$

Il termine che esprime l'attrito interno è, in questo caso, proporzionale alla variazione della deformazione. τ_2 è una costante del materiale. Se F è costante, la distorsione si avvicina asintoticamente al valore F, valore che, in corpi puramente elastici, viene subito raggiunto. Al cessare di F, la deformazione non resta quindi che temporanea: l'attrito interno impedisce solo che la primitiva forma venga subito raggiunta.

La quantità $\eta = \mu\,\tau_2$ è detta *coefficiente di attrito interno*.

Per un corpo che presenti entrambe le proprietà suddette, combinando la [1] con la [2], si ottiene

$$s = \frac{F}{\mu} + \frac{1}{\tau_1\,\mu}\int F\,dt - \tau_2\,\frac{\partial s}{\partial t}\,.$$

Jeffreys definisce *elasticoviscosi* quei corpi che soddisfano alla [1] e *firmoviscosi* quelli che soddisfano alla [2].

Si può facilmente trovare il significato fisico delle costanti τ_1, τ_2. Dalla [1], se la distorsione s è considerata costante, consegue

$$F = F_0\,e^{-\frac{t}{\tau_1}}\;;$$

τ_1 è quindi il tempo in cui la tensione diminuisce di $1/e$, quando la distorsione è ritenuta costante; perciò è detto anche *tempo di rilassamento* dovuto a correnti plastiche.

Dalla [2] quando la tensione si annulla, si ha

$$s = s_0\,e^{-\frac{t}{\tau_2}}\,.$$

Al cessare della tensione, la deformazione tende esponenzialmente a zero; τ_2 è perciò il tempo in cui la deformazione si riduce ad $1/e$ del suo valore, quando la tensione è rimossa.

Poichè la viscosità nei fluidi è dovuta all'attrito interno, la costante η è detta frequentemente coefficiente di viscosità per i fluidi.

Sia la viscosità che l'attrito interno sono misurati in *poise* — in onore di Poiseuille, che studiò la viscosità dei fluidi —; 1 *poise* = 1 g/cm · sec = = 1 dine · sec/cm^2.

2. — Furono fatte ricerche di laboratorio sulla viscosità e l'attrito interno di molti materiali. Da tali ricerche era però impossibile risalire ai valori globali, sia pure approssimativi, che queste grandezze assumono nelle stratificazioni di cui la Terra è costituita.

Per quanto riguarda l'attrito interno, un metodo per la determinazione del valore che esso assume nella crosta terrestre, può essere dedotto da una ricerca teorica condotta dal sismologo matematico giapponese Sezawa sulla propagazione delle onde sismiche in un mezzo firmo-viscoso.

Sezawa ([2]), studiando la propagazione in un mezzo firmo-viscoso, considera le tensioni normali e tangenziali sotto la forma

$$N_1 = \lambda\vartheta + 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} + \lambda'\frac{\partial\vartheta}{\partial t} + 2\mu'\frac{\partial^2 u}{\partial t\,\partial x}\,, \quad \text{e analoghe per } N_2,\ N_3,$$

$$T_1 = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) + \mu'\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right), \quad \text{e analoghe per } T_2,\ T_3,$$

dove ϑ è la dilatazione cubica, λ e μ sono le costanti di Lamé (μ, modulo di rigidità), λ' caratterizza l'attrito interno di volume e μ' l'attrito interno equivoluminale.

Se λ', μ' sono nulli, il mezzo è puramente elastico, e le N, T assumono le espressioni note dalla teoria dell'elasticità.

Sostituendo le [1] nelle equazioni più generali del moto di un punto, in un corpo solido sollecitato, Sezawa perviene alla equazione del moto in un corpo isotropo firmo-viscoso.

Partendo dai fondamenti della teoria sviluppata da Sezawa, si perviene alla seguente relazione:

$$L^2 = L_0^2 + \alpha t \quad ; \quad \text{da cui } T^2 = T_0^2 + \frac{\alpha\Delta}{V^3} \qquad [3]$$

dove L, T, Δ, V sono la lunghezza d'onda, il periodo, la distanza epicentrale e la velocità rispettivamente, ed α è una costante dipendente dalla forma dell'onda, dalla natura del materiale, e, specialmente, dell'attrito interno.

In un mezzo firmo-viscoso la lunghezza d'onda tende quindi ad aumentare con legge parabolica.

Dalla [3] consegue

$$\alpha = (T^2 - T_0^2)\,\frac{V^3}{\Delta} \qquad [4]$$

Gutenberg ([3]) determina per α, nel caso di onde propagantisi nella crosta terrestre, il valore 10^{10} cm²/sec. Il valore trovato da Gutenberg sembra leggermente più piccolo del normale.

Valendomi dell'ottimo materiale d'osservazione raccolto nello studio del forte terremoto del Cansiglio del 18 ottobre 1936 ([4]), ho potuto provare che il periodo delle onde superficiali-tangenziali Q, molto breve (dell'ordine del secondo) per piccole distanze, aumenta con la distanza, aggirandosi intorno ai 2000 km fra 13 e 15 secondi. Poichè la velocità di queste onde è risultata di 3,16 km/sec, con questi dati dalla [4] si ottiene

$$\alpha = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1} .$$

Dalla teoria di Sezawa risulta $\alpha = 5{,}6 \dfrac{\lambda' + 2\mu'}{\varrho} \cong 2\,(\lambda' + 2\,\mu')$,

tenuto conto del valore della densità ϱ nella crosta terrestre.

Si dimostra ([3]) che

$$\mu' = \eta = \mu\,\tau_2 \quad ; \quad \lambda' = -\frac{2}{3}\,\eta .$$

Consegue

$$\eta = \frac{3}{8}\,\alpha .$$

Il coefficiente d'attrito interno η assume quindi un valore dell'ordine di

$$\underline{\eta \cong 10^{10} \text{ poise.}}$$

Nella crosta terrestre il coefficiente μ vale circa $\dfrac{1}{2}\,10^{12}$. Sulla scorta degli elementi forniti dall'aumento della lunghezza d'onda nella propagazione attraverso la crosta terrestre, possiamo dedurre che l'ordine di grandezza del rapporto fra il coefficiente d'attrito interno e il modulo di rigidità vale

$$\tau_2 = 2 \cdot 10^{-2} .$$

Roma, gennaio 1943-XXI.

BIBLIOGRAFIA

(1) JEFFREYS H., « Monthly Not. Roy. Astronom. Soc. », Londra, 1917.

(2) SEZAWA K.: *On the Decay of Waves in Visco-Elastic Solid Bodies.* « Bull. Earth. Res. Instit., Tokyo Imp. Univ. », 1927.

(3) GUTENBERG B.: *Die Viskosität und die innere Reibung im Erdinnern.* « Handbuch der Geophysik », Band II, Lief. 1°.

(4) CALOI P.: *Ricerche su terremoti ad origine vicina* « Ric. scient. », vol. II, 1938, n. 7-8, p. 408.