

PUBBLICAZIONI  
DELL'ISTITUTO NAZIONALE DI GEOFISICA

---

N. 101

PIETRO CALOI

Ricerca di cariche elettriche nell'atmosfera

ROMA 1945

Estratto da *Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti*

Anno accademico 1944-45 - Tomo CIV - Parte seconda

STAMPATO DALL'ISTITUTO GRAFICO TIBERINO (ROMA, VIA GAETA 14)

Sono stati escogitati metodi grafici ed analitici <sup>(1)</sup> per l'individuazione di cariche elettriche nell'atmosfera, quando si possa usufruire dei dati di quattro o più stazioni d'osservazione.

E' possibile però determinare la posizione e l'entità delle cariche stesse anche avendo a disposizione i dati di tre stazioni soltanto.

E' noto che una carica elettrica localizzata nell'atmosfera determina in un punto, posto in prossimità di una superficie conduttrice, un campo elettrico, che varia al variare della giacitura della superficie.

Se per esempio consideriamo un piano conduttore, a potenziale zero, posto verticalmente, se P è un punto dell'atmosfera in cui pensiamo localizzata una carica elettrica isolata, se S è un punto del piano verticale situato ad un'altezza dal suolo sufficiente a ritenere nulla l'azione delle cariche presenti su questo, se  $r$  è la distanza di P da S e  $\vartheta$  è l'angolo formato dalla normale in S al piano considerato e la direzione SP, il campo determinato in S dalla carica Q presente in P ha l'espressione

$$E = \frac{2Q}{r^2} \cos \vartheta .$$

Consideriamo, in una stazione A, due piani verticali ed uno orizzontale, formanti triedro triortogonale. Nei tre punti di registrazione ad essi relativi, opportunamente disposti, si ottengono le tre componenti del campo, determinate da una carica spaziale localizzata; esse sono:

$$E_1 = \frac{2Q}{r^2} \cos \vartheta_1, \quad E_2 = \frac{2Q}{r^2} \cos \vartheta_2, \quad E_3 = \frac{2Q}{r^2} \cos \vartheta_3 . \quad [1]$$

<sup>(1)</sup> MEDI E., *Ricerca di cariche elettriche nell'atmosfera*, « La ricerca scientifica », 1939, Anno X, n. 3; MEDI E., *Influenza delle cariche elettriche localizzate sulle misure del campo elettrico dell'atmosfera*, « La ricerca scientifica », 1940, Anno XI, n. 3; CALOI P., *Sulla ricerca di cariche elettriche nell'atmosfera*, « La ricerca scientifica », 1940, Anno XI, n. 5.

Ricordando la relazione che lega i coseni direttori della retta  $AP$

$$\cos^2 \vartheta_1 + \cos^2 \vartheta_2 + \cos^2 \vartheta_3 = 1,$$

dalle [1] si ha immediatamente, prescindendo dal segno,

$$\begin{aligned} \cos \vartheta_1 &= \frac{E_1}{\sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_3^2}} \\ \cos \vartheta_2 &= \frac{E_2}{\sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_3^2}} \\ \cos \vartheta_3 &= \frac{E_3}{\sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_3^2}} \end{aligned} \quad [2]$$

e ancora

$$Q = \frac{1}{2} r^2 \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_3^2}. \quad [3]$$

Una sola stazione però non consente — com'è facile constatare —, qualunque sia il numero dei punti di registrazione, una soluzione integrale del problema.

Consideriamo in B e in C due altre stazioni analoghe a quella considerata in A. Avremo, con manifesto significato dei simboli,

$$\begin{aligned} \cos \vartheta'_1 &= \frac{E'_1}{\sqrt{E'^2_1 + E'^2_2 + E'^2_3}}, & \cos \vartheta'_2 &= \frac{E'_2}{\sqrt{E'^2_1 + E'^2_2 + E'^2_3}}, \\ \cos \vartheta'_3 &= \frac{E'_3}{\sqrt{E'^2_1 + E'^2_2 + E'^2_3}}; & Q &= \frac{1}{2} r'^2 \sqrt{E'^2_1 + E'^2_2 + E'^2_3} \\ & & & [4] \\ \cos \vartheta''_1 &= \frac{E''_1}{\sqrt{E''^2_1 + E''^2_2 + E''^2_3}}, & \cos \vartheta''_2 &= \frac{E''_2}{\sqrt{E''^2_1 + E''^2_2 + E''^2_3}}, \\ \cos \vartheta''_3 &= \frac{E''_3}{\sqrt{E''^2_1 + E''^2_2 + E''^2_3}}; & Q &= \frac{1}{2} r''^2 \sqrt{E''^2_1 + E''^2_2 + E''^2_3} \end{aligned}$$

Se il fenomeno si verifica al di sopra del piano-base orizzontale (cosa non sempre vera in alta montagna), gli angoli  $\vartheta_3, \vartheta'_3, \vartheta''_3$  possono variare, evidentemente, solo fra  $0^\circ$  e  $90^\circ$ ; i relativi coseni sono quindi sempre positivi.

Vediamo come possono essere determinati i valori delle distanze  $r, r', r''$ .

Se la proiezione H sul piano-base del punto P, in cui è localizzata la carica elettrica, cade nell'interno dell'area del triangolo ABC,

indicando con  $s$  la superficie nota del triangolo stesso e con  $s_1, s_2, s_3$  le superficie dei triangoli ABH, BCH, CAH, vale la relazione

$$s = s_1 + s_2 + s_3,$$

dove  $s_1, s_2, s_3$  sono esprimibili in funzione dell'altezza  $Z = HP$  della carica elettrica. Questo però è un caso del tutto particolare; inoltre, la soluzione della relazione scritta rispetto a  $Z$  non riesce agevole. Convieni quindi considerare il caso più generale.

Il problema consiste nel determinare, con riferimento al piano-base, le coordinate di un punto (il punto P in cui si trova la carica Q) nel quale convergono tre rette (le rette AP, BP, CP), formanti con la verticale gli angoli  $\vartheta_3, \vartheta'_3, \vartheta''_3$ .

Siano  $x_1, y_1; x_2, y_2; x_3, y_3$  le coordinate note dei punti A, B, C sul piano-base, riferite ad una comune origine O; siano inoltre X, Y, Z le coordinate incognite di P rispetto alla stessa origine.

Dovrà essere

$$\frac{(X-x_1)^2 + (Y-y_1)^2}{Z^2} = tg^2\vartheta_3; \quad \frac{(X-x_2)^2 + (Y-y_2)^2}{Z^2} = tg^2\vartheta'_3;$$

$$\frac{(X-x_3)^2 + (Y-y_3)^2}{Z^2} = tg^2\vartheta''_3.$$

L'eliminazione di Z porta alle equazioni:

$$X^2 + Y^2 - 2 \frac{x_2 tg^2\vartheta_3 - x_1 tg^2\vartheta'_3}{tg^2\vartheta_3 - tg^2\vartheta'_3} X - 2 \frac{y_2 tg^2\vartheta_3 - y_1 tg^2\vartheta'_3}{tg^2\vartheta_3 - tg^2\vartheta'_3} Y +$$

$$+ \frac{(x_2^2 + y_2^2) tg^2\vartheta_3 - (x_1^2 + y_1^2) tg^2\vartheta'_3}{tg^2\vartheta_3 - tg^2\vartheta'_3} = 0$$

[5]

$$X^2 + Y^2 - 2 \frac{y_3 tg^2\vartheta_3 - x_1 tg^2\vartheta''_3}{tg^2\vartheta_3 - tg^2\vartheta''_3} X - 2 \frac{y_3 tg^2\vartheta_3 - y_1 tg^2\vartheta''_3}{tg^2\vartheta_3 - tg^2\vartheta''_3} Y +$$

$$+ \frac{(x_3^2 + y_3^2) tg^2\vartheta_3 - (x_1^2 + y_1^2) tg^2\vartheta''_3}{tg^2\vartheta_3 - tg^2\vartheta''_3} = 0.$$

Dovrà essere  $tg^2\vartheta_3 \neq tg^2\vartheta'_3, tg^2\vartheta_3 \neq tg^2\vartheta''_3$ .

Da queste si deduce immediatamente un'equazione di primo grado in X, Y che, unita ad una delle precedenti, consente di determinare p. es. la X (è facile vedere quale dei due valori per la X, nell'equazione di secondo grado che ne deriva, faccia al caso in esame); consegue subito la Y e quindi la Z. Ottenuta la Z, si ottengono senza difficoltà i valori  $r^2, r'^2, r''^2$ .