

PUBBLICAZIONI
DELL'ISTITUTO NAZIONALE DI GEOFISICA
DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
diretto dal prof. ANTONINO LO SURDO

N. 104

DOMENICO DI FILIPPO

Sulla determinazione della profondità
ipocentrale con un metodo basato
sull'ipotesi di A. Mohorovicic

ROMA
ANNO MCMXLIII

Estratto da "*La Ricerca Scientifica* „
Anno 14 - N. 7-8-9 Luglio-agosto-settembre 1943, pag. 376

1. — Partendo dall'equazione fondamentale dei raggi sismici, se si chiamano V , N , R , E , I e v , n , r , e , i , rispettivamente, la velocità, l'indice di rifrazione (inverso della velocità), la distanza dal

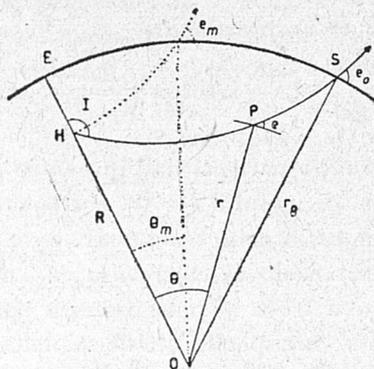


Fig. 1

centro della terra, l'angolo di emergenza e l'angolo di impulso nell'ipocentro H , in un punto qualunque P della traiettoria e si indica con Θ l'angolo al centro dei raggi per H e per P , si perviene alla relazione:

$$d\Theta = \frac{NR \cos E dr}{r \sqrt{n^2 r^2 - N^2 R^2 \cos^2 E}} \quad [1]$$

A. Mohorovicic, nello studio sulla propagazione delle onde elastiche nello strato del granito, ha ammesso la relazione

$$\frac{dv}{dr} = -K \frac{v}{r}$$

che può porsi nella forma

$$\frac{v}{V} = \left(\frac{R}{r} \right)^K$$

e che lega la velocità di propagazione alla profondità; in essa K è un fattore che cambia generalmente con la distanza dalla superficie della Terra e non conserva lo stesso valore che in uno strato di spessore determinato.

Introducendo questa condizione nell'equazione [1] si ottiene:

$$d\Theta = \frac{1}{K+1} \frac{(K+1) \left(\frac{R}{r} \right)^{K+1} \cos E \, dr}{\sqrt{1 - \left[\left(\frac{R}{r} \right)^{K+1} \right]^2 \cos^2 E}}$$

che integrata dà per Θ l'espressione:

$$\Theta = \pm \frac{1}{K+1} \left[I - \arccos \left\{ \left(\frac{R}{r} \right)^{K+1} \sin I \right\} \right]$$

Se fra i raggi sismici partenti dall'ipocentro si considera quello uscente con un angolo di impulso $I=90^\circ$, corrispondente a quello che ha in H il punto più basso della traiettoria, esso viene ad avere alla superficie terrestre un angolo di emergenza e_m , minimo fra tutti gli altri e . Questo punto si trova ad una distanza epicentrale che viene detta critica e ad essa corrisponde un flesso nella dromocrona.

L'angolo Θ_m corrispondente a questa distanza epicentrale è dato dalla

$$\Theta_m = \pm \frac{1}{K+1} \left[\frac{\pi}{2} - \arccos \left(\frac{R}{r_0} \right)^{K+1} \right]$$

da cui

$$\left(\frac{R}{r_0} \right)^{K+1} = \cos \left\{ (K+1)\Theta_m \right\} \quad [2]$$

dove r_0 è il raggio terrestre.

Questa relazione permette di calcolare i valori di K per le varie profondità ipocentrali, note le relative Θ_m . La distanza critica in funzione della profondità ipocentrale si può ottenere applicando formule abbastanza semplici date da Gutenberg, Inghada ed altri; però ho preferito usare i valori calcolati da Caloi con formula molto più approssimata.

Prendendo 35 km, come valore probabile dello spessore dello

strato del granito in corrispondenza dell'Italia centrale e assumendo il raggio terrestre $r_0 = 6367$ km, ho risolto l'equazione [2] rispetto a K per profondità di 5 in 5 km, ottenendo i valori che riporto nella tabellina seguente con le rispettive distanze critiche:

h km	5	10	15	20	25	30	35
Θ_m km	85	119	145	167	186	202	217
K	7,835	7,803	8,117	7,702	8,066	8,175	8,223

Si vede chiaramente che i valori di K trovati per le varie profondità presentano piccoli scarti tra di loro e pur notandosi valori più alti alle maggiori profondità non si vede un aumento regolare ma anzi delle oscillazioni intorno ad un valore medio col minimo in corrispondenza della profondità di 20 km.

Questi valori sono molto diversi da quelli ottenuti da Rothé con i dati della dromocrona del terremoto dell'8 dicembre 1909 con epicentro a $45^\circ 29' N$, $16^\circ 03' E$, valori che variano da un minimo di 0,625 per 10 km a 4,645 per 35 km di profondità.

Tenendo conto delle approssimazioni fatte e quelle raggiungibili in questi casi nelle osservazioni e considerate le piccole differenze fra i valori, ottenuti per la costante di A. Mohorovicic nello strato del granito, si può considerare il valore

$$k=8$$

Assumendo per k questo valore dall'equazione [2] si ottiene per Θ_m la relazione

$$\Theta_m = \sqrt{-a \left(\frac{1}{4.5} + a \right)}$$

dove $a = \log_e \frac{R}{r_0}$, che permette di calcolare facilmente con buona approssimazione la distanza critica in funzione della profondità. I risultati ottenuti, applicando la formula entro lo strato del granito, concordano con quelli calcolati, come si è detto, con formula molto approssimata da P. Caloi.

2. — Dalla teoria si ha, come è noto,

$$dt = \frac{r dr}{v \sqrt{r^2 - N R v^2 \cos E}}$$

Integrando, introducendo la condizione di Mohorovicic, il sismologo croato perviene alla seguente espressione:

$$t = \frac{r}{(K+1)V \left(\frac{R}{r}\right)^K} \left[\sqrt{1 - \left(\frac{R}{r}\right)^{2K(K+1)} \text{sen}^2 I} - \left(\frac{R}{r}\right)^{K+1} \cos I \right]$$

che dà il tempo di tragitto di un'onda sismica dall'ipocentro al punto considerato, in funzione della profondità, della costante di Mohorovicic, della velocità e dell'angolo di impulso all'origine.

Considerando due stazioni, di cui Δ_1 e Δ_2 siano le relative distanze epicentrali, t_1 e t_2 ed I_1 , I_2 rispettivamente i tempi di arrivo delle Pg e gli angoli d'impulso all'ipocentro, applicando ad esse la relazione precedente e sottraendo membro a membro, si ha:

$$V = \frac{r_0}{(t_2 - t_1)(K+1) \left(\frac{R}{r_0}\right)^K} \left[\sqrt{1 - \left(\frac{R}{r_0}\right)^{2(K+1)} \text{sen}^2 I_2} - \sqrt{1 - \left(\frac{R}{r_0}\right)^{2(K+1)} \text{sen}^2 I_1} + \left(\frac{R}{r_0}\right)^{K+1} (\cos I_1 - \cos I_2) \right] \quad [3]$$

che permette di calcolare, per le varie profondità ipocentrali, la velocità iniziale dell'onda Pg , noti i tempi di arrivo nei due osservatori considerati e le distanze epicentrali, dopo aver calcolato i relativi angoli d'impulso all'ipocentro.

Ripetendo l'operazione per più coppie di osservatori, si hanno dei valori della velocità che in corrispondenza della profondità ipocentrale conveniente presentano scarto minimo.

Ho applicato il calcolo per la determinazione della profondità ipocentrale del terremoto dell'Appennino tosco-romagnolo dell'11 febbraio 1939 studiato da P. Caloi.

Scelte le stazioni di Roma, Trieste, Piacenza, Padova, Prato e Firenze, note le distanze epicentrali, ho calcolato i relativi angoli di impulso all'ipocentro, per le varie profondità, che riporto nella tabella seguente, insieme alle Δ e ai tempi di arrivo delle Pg :

STAZIONI	Δ km	T_{Pg}	h=5	10	15	20	25	30	35 km
Roma	251	$\begin{matrix} h & m & s \\ 12 & 17 & 41,7 \end{matrix}$	98°, 859	97°, 682	96°, 907	95°, 314	94°, 605	93°, 646	92°, 546
Trieste	241	39, 4	98, 424	97, 193	96, 389	94, 733	93, 979	93, 155	91, 884
Piacenza	186	29, 5	95, 881	94, 319	93, 136	91, 174	89, 963	88, 613	87, 244
Padova	149	23, 0	94, 018	92, 076	90, 387	88, 223	86, 671	84, 801	83, 110
Prato	48	02, 0	86, 054	80, 136	74, 619	69, 253	64, 428	59, 937	55, 855
Firenze	45	01, 5	85, 467	79, 282	73, 511	67, 933	62, 887	58, 203	53, 954

Facendo gli accoppiamenti delle stazioni in maniera da evitare differenze delle distanze epicentrali quasi eguali, dalla [3] ho ottenuto i seguenti valori per V :

h =	5	10	15	20	25	30	35 km
Roma-Firenze . . .	5,104	5,081	5,082	5,072	5,031	5,059	4,959
Trieste-Prato. . . .	5,138	5,129	5,139	5,091	5,059	5,110	5,003
Piacenza-Padova . .	5,578	5,745	5,914	5,420	5,353	5,770	5,668

Gli scarti più piccoli tra i valori delle velocità risultano in corrispondenza dei valori delle profondità di 20 e 25 km. In base a quanto è stato detto sopra si può ritenere che la profondità ipocentrale del terremoto in esame sia dell'ordine di

$$h=20-25 \text{ km}$$

Risultato in ottimo accordo con quello di $h=22,5$ km, ottenuto da Caloi applicando la formula

$$t_{Pg} - O = \sqrt{\frac{h^2 + \Delta^2}{V_{Pg}^2}}$$

alle stazioni di Firenze e Prato ed assumendo $V_{Pg}=5,4$ km/sec.

Con i dati delle coppie di osservatori Roma-Padova e Trieste-Foligno, e considerando $h=22$ km ho ottenuto con la [3], per la velocità, i valori 5,4 e 5,5 km/sec. rispettivamente, che risultano in ottimo accordo col 5,4 km/sec. calcolato con gli elementi delle stazioni vicine dal Caloi.

Una seconda applicazione del metodo l'ho fatta al terremoto della Garfagnana, del 5 ottobre 1939, studiato da Rosini. Con i dati delle stazioni di Roma, Foligno, Moncalieri, Padova, Firenze e Prato, ho calcolati i seguenti angoli di impulso all'ipocentro per le varie profondità:

STAZIONI	Δ km	T_{Pg}	h=5	10	15	20	25	30	35 km
Roma. . . .	319	^h 15 ^m 06 ^s 13,3	101°, 819	100°, 840	100°, 429	98°, 994	98°, 649	97°, 884	97°, 074
Foligno . . .	246	12,6	98,642	97,439	96,697	95,024	94,292	93,324	92,208
Moncalieri. .	213	03,5	97,228	95,782	94,736	93,103	92,036	90,842	89,563
Padova . . .	186	05 58,9	95,881	94,319	93,163	91,174	89,963	88,613	87,244
Firenze . . .	98	44	91,050	88,059	85,223	82,308	79,678	77,112	74,416
Prato	80	40,6	89,619	86,128	82,672	79,225	75,932	72,729	69,668

Applicando la [3] ho ottenuto per le velocità iniziali i valori:

h =	5	10	15	20	25	30	35 km
Roma Moncalieri . .	4,536	4,548	4,610	4,557	4,662	4,639	4,614
Padova-Firenze . . .	5,840	5,946	5,972	5,886	5,838	5,838	5,915
Foligno-Prato	5,144	5,148	5,206	5,130	5,142	5,139	5,124

Le differenze più piccole corrispondono ai valori della velocità calcolati per 25 km di profondità. Si può quindi concludere che la profondità ipocentrale risulta:

$$h=25 \text{ km}$$

in ottimo accordo con $h=26$ km ottenuto da Rosini come media di varie determinazioni.

Dai risultati ottenuti nelle due applicazioni, perfettamente concordanti con i valori calcolati da altri per vie diverse, si rileva la possibilità dell'uso corrente del metodo esposto, reso più snello da apposite tabelle, per il calcolo della profondità ipocentrale per terremoti ad origine vicina, grandezza, come si sa, di difficile determinazione a causa anche delle eterogeneità dei materiali costituenti la crosta terrestre.

Roma, giugno 1943.

RIASSUNTO

E' stata determinata la profondità ipocentrale di due terremoti dell'Italia centrale, con un metodo basato sull'ipotesi di A. Mohorovicic abbinata all'equazione fondamentale dei raggi sismici. Dai valori ottenuti per detta profondità, valori concordanti con quelli cui pervennero per altra via Caloi e Rosini, risulta chiara la possibilità dell'applicazione pratica del metodo per la determinazione di h per terremoti di origine vicina. Si è calcolato inoltre il coefficiente di Mohorovicic per varie profondità dello strato del granito, ottenendo valori pressoché uguali ed oscillanti intorno a $K=8$. Assunto questo come valore più probabile, almeno per l'Italia centrale, si dà una semplice formula per il calcolo della distanza critica in funzione della profondità ipocentrale.

BIBLIOGRAFIA

ROTHÉ E., *Sur la propagation des ondes séismiques au voisinage de l'épicentre. Préliminaires continus et trajets à réfraction.* « Travaux scientifiques », serie A, 1924.

CALOI P., *Contributo allo studio delle onde* Pg. « Ric. Scient. », 1933, n. 3-4.

CALOI P., *Il terremoto dell'Appennino tosco-romagnolo dell'11 febbraio 1939.* « Ric. Scient. » 1939, n. 11.

CALOI P., *Caratteristiche sismiche dell'Appennino tosco-romagnolo.* « Ric. Scient. », 1940, n. 4.

ROSINI E., *Il terremoto della Garfagnana del 15 ottobre 1939.* « Ric. Scient. », 1940, n. 7-8.