PUBBLICAZIONI
DELL' ISTITUTO NAZIONALE DI GEOFISICA

N. 117

PAOLO EMILIO VALLE

Sul periodo delle onde sismiche in relazione all'assorbimento

ROMA
ANNO 1946

Estratto da « *Ricerca Scientifica e Ricostruzione* »
Anno 16° - N. 3-4 - Marzo-Aprile 1946

ROMA - TIPOGRAFIA PIO X - VIA DEGLI ETRUSCHI, 7-9 - ROMA

È noto che le onde sismiche spaziali non sono sinusoidali, ma consistono in uno o più impulsi la cui forma dipende dalla natura fisica dello scuotimento all'ipocentro.

La larghezza degli impulsi delle onde di dilatazione o di distorsione, definita come la distanza in secondi tra due successivi passaggi del sismogramma per la linea di riposo (semiperiodo), aumenta talvolta con l'aumentare della distanza epicentrale.

Da una teoria di K. Sezawa (1) sulla propagazione di onde elastiche in mezzi firmo-viscosi, B. Gutenberg (2) ha dedotto che il periodo delle onde sismiche è legato alla distanza epicentrale Δ mediante la relazione:

$$T = \sqrt{T_0^2 + a\,\Delta/v^3}$$

Non sempre però avviene che il periodo delle onde sismiche spaziali cresca al crescere della distanza epicentrale; H. Honda (3) ha studiato le onde di dilatazione di alcuni terremoti fino ad una distanza epicentrale di ca 2000 km. e non ha riscontrato alcuna dipendenza tra il periodo e la distanza epicentrale stessa. Ad analoga conclusione è pervenuto lo scrivente (4) studiando le onde SKS del terremoto del 15/4/941 (Messico Centrale) in un intervallo compreso tra 9200 e 11.200 Km. ca.

Se si ammette che ma...riali che costituiscono la terra si comportino come mezzi firmo-viscosi, secondo la teoria il coefficiente di assorbimento e la velocità di propagazione delle onde sismiche, crescono al crescere della frequenza; per frequenze al disotto di $1 \div 2$ Hertz, la velocità è pressochè costante, mentre il coefficiente di assorbimento cresce presso a poco col quadrato della frequenza (5).

Ciò sarebbe abbastanza in accordo con i risultati sperimentali ottenuti da N. Ricker (6). Altri risultati sperimentali (7) sembrano confermare soltanto qualitativamente l'andamento del coefficiente di assorbimento previsto dalla teoria dei mezzi firmo-viscosi.

Comunque il fatto che il coefficiente di assorbimento è funzione crescente della frequenza, dovrebbe dar luogo ad un progressivo allargamento dell'ampiezza degli impulsi sismici con l'aumentare della distanza epicentrale, a causa del maggiore assorbimento delle armoniche di corto periodo. Si può mostrare, mediante considerazioni sullo spettro delle frequenze cui dànno luogo gli impulsi al centro di scuotimento, che ciò non sempre avviene almeno in modo sensibile, tentando così di spiegare i casi di mancato incremento del periodo con la distanza epicentrale, a prescindere però dai fenomeni che potrebbero intervenire nella rifrazione delle onde sismiche attraverso le superficie interne di discontinuità della terra.

Un'onda piana progressiva (è ovvia l'estensione ad un'onda sferica) il cui spettro sia $A(\nu)$, dà luogo ad uno spostamento:

$$u(x, t) = \int_0^\infty A(\nu \quad \cos[2\pi\nu t - f(\nu)\, x]\, d\nu \tag{1}$$

Se è presente l'assorbimento $A(\nu) = A'(\nu)\, e^{-k(\nu)x}$, dove $k(\nu)$ è il coefficiente di assorbimento e $A'(\nu)$ lo spettro all'origine. Si consideri un massimo di $A(\nu)$, risulterà:

$$\frac{dA'}{d\nu} - x\, A' \frac{dk}{d\nu} = 0 \tag{2}$$

la quale definisce una certa funzione $\nu_0 = \nu_0(x)$ per cui $A(\nu)$ è massima.

Se lo spettro è sufficientemente stretto, in modo che $A(\nu)$ sia diversa da zero soltanto in un piccolo intorno di ν_0, detta $\Delta\nu$ la sua ampiezza, di cui ν_0 è il centro, con facile calcolo si ricava dalla 1):

$$u(x, t) \simeq \frac{2\, A'(\nu_0)\, e^{-k(\nu_0)x}}{\left(t - \dfrac{x}{v}\right)} \cos 2\pi\nu_0 \left(t - \frac{x}{v}\right) \sin \pi\,\Delta\nu \left(t - \frac{x}{v}\right) \tag{3}$$

nel caso che non vi sia dispersione, e:

$$u(x, t) \simeq \frac{2\, A'(\nu_0)\, e^{-k(\nu_0)x}}{\left(t - \dfrac{x}{v_g(\nu_0)}\right)} \cos 2\pi\nu_0 \left(t - \frac{x}{v_f(\nu_0)}\right) \sin \pi\,\Delta\nu \left(t - \frac{x}{v_g(\nu_0)}\right) \tag{4}$$

nel caso che vi sia dispersione. $v_f(\nu_0)$ e $v_g(\nu_0)$ rappresentano rispettivamente la velocità di fase e la velocità di gruppo relative alla frequenza ν_0.

Dalla 3) risulta che in assenza di dispersione la cresta del gruppo, la cui ampiezza vale $2\pi\,\Delta\nu\, A'(\nu_0)\, e^{-k(\nu_0)x}$, si propaga con velocità costante v. Per x fissato, la distanza tra due minimi adiacenti al massimo della funzione $\sin \pi\,\Delta\nu\, (t - x/v) / (t - x/v)$, vale $2/\Delta\nu$. Ciò è in relazione alla nota circostanza che quanto più stretto è lo spettro, tanto maggiore è la durata dell'impulso e quindi lo sparpagliamento del gruppo di onde.

Indicando con $1/2\ \tau_0$ la distanza tra due successivi passaggi del sismogramma per la linea di riposo adiacenti alla cresta del gruppo, posto $T_0 = 1/\nu_0$ si avrà: $1/2\ \tau_0 = 1/2\ T_0$ se $2/\Delta\nu > 1/2\ T_0$, $1/2\ \tau_0 = 2/\Delta\nu$ se $2/\Delta\nu < 1/2\ T_0$.

Dalla 4) risulta che se è presente la dispersione, lo spostamento è costituito dal prodotto di due onde, l'una che si propaga con la velocità di fase, l'altra con la velocità di gruppo.

Al punto situato nel gruppo d'onde, che si propaga con la velocità di gruppo, corrisponde un'ampiezza dello spostamento pari a $[\cos 2\pi\nu_0 x\,(1/v_g(\nu_0) - 1/v_f(\nu_0)]\ 2\pi\,\Delta\nu\,A'(\nu_0)\,e^{-k(\nu_0)x}$, che è massimo o zero a seconda che risulti rispettivamente:

$$x\left(\frac{1}{v_g(\nu_0)} - \frac{1}{v_f(\nu_0)}\right) = \begin{cases} 2n\,\dfrac{T_0}{4} \\ (2n+1)\,\dfrac{T_0}{4} \end{cases}$$

dove n è un numero intero.

La cresta dell'onda varia quindi la sua forma, ampiezza e posizione nel gruppo, al variare della distanza epicentrale.

I semiperiodi che si possono osservare nel gruppo, vanno da 0 a $T_0/2$ e da 0 a $2/\Delta\nu$, a seconda che risulti $2/\Delta\nu > 1/2\ T_0$ o $2/\Delta\nu < 1/2\ T_0$ rispettivamente.

Alcune oscillazioni di semiperiodo $1/2\ T_0$, sarebbero osservabili nel primo caso.

Ciò posto, si supponga per esempio che non vi sia dispersione. La frequenza ν_0 definita dalla 2) sarà generalmente una funzione decrescente di x e la distanza tra due successivi passaggi del sismogramma per la linea di riposo $1/2\ \tau_0$, crescerà al crescere della distanza epicentrale, purchè si mantenga $2/\Delta\nu > 1/2\ T_0$.

Se da una certa distanza in poi $2/\Delta\nu > 1/2\ T_0$ oppure $2/\Delta\nu < 1/2\ T_0$, da quella distanza $\tau_0/2$ seguirà le sorti di T_0 o di $\Delta\nu$; $2/\Delta\nu$ potrebbe però non aumentare sensibilmente al crescere di x. Altrettanto dicasi nel caso in cui risulti sempre $2/\Delta\nu < 1/2\ T_0$.

Se poi lo spettro all'origine e il coefficiente di assorbimento sono funzioni tali che ν_0 sia praticamente indipendente da x, e ciò potrebbe verificarsi per es. nel caso di uno spettro molto stretto, $\tau_0/2$ sarà anch'esso indipendente da x. Analoghe considerazioni valgono nel caso in cui sia presente la dispersione.

Roma, 1 marzo 1946.

BIBLIOGRAFIA

(1) SEZAWA K., *On the Decay of Waves in Visco - Elastic Solid Bodies,* Bull. Earth. Res. Inst. Tokio, III, 43-53 (1927).

(2) GUTENBERG B., *Handbuch der Geophysik,* IV, 21-23 (1929).

(3) HONDA H., *On the Period of the P - Waves and Magnitude of the Earthquake*, Geoph. Mag., XIII, 155-161 (1939).

(4) VALLE P. E., *Contributo allo studio delle onde SKS,* Boll. Soc. Sism. It., XXXIX, 35-39 (1941),

(5) VALLE P. E., *Sulla rifrazione di onde piane elementari in mezzi firmo-viscosi,* Pubbl. Ist. Naz. Geof., n. 110 (1945).

— VALLE P. E., *Sulla dispersione delle onde sismiche dirette,* Ric. Scient. e Ric., n. 4-5, 424-425 (1945).

(6) RICKER N., *The Form and Nature of Seismic Waves and the Structure of Seismograms,* Geophysic V, 348-366 (1940).

(7) WANNER E., *Über die Wellenlängenabhängigkeit der Absorption von elastischen Raumwellen,* Iharesb. des Erdbeben der Schweiz, 23-25 (1943).