

N. 127

PIETRO CALOI

Notevoli onde interne (sesse termiche)
nel lago di Garda

ROMA
ANNO 1947

Estratto da «Ricerca scientifica e Ricostruzione»

Anno 17^o - n. 1 - Gennaio 1947

S. A. ARTI GRAFICHE PANETTO & PETRELLI - SPOLETO

Notevoli onde interne (sesse termiche) nel lago di Garda

1. - Consultando alcuni dati d'osservazione delle sesse del Garda a scopo di confronto con i valori teorici ottenuti in una ricerca in corso sulle sesse stesse, ebbi modo di constatare l'esistenza, fra le registrazioni di Riva (estremo Nord del Garda) di ampie oscillazioni non attribuibili a sesse ordinarie, dato il loro lunghissimo periodo. Esse si presentano abitualmente nei mesi estivi, fra luglio e ottobre, ed hanno periodi dell'ordine di 50^h , con sottomultipli di 24^h e 12^h ca. Pensai trattarsi di sesse termiche, sebbene mi sembrasse strana la loro insolita ampiezza che consentiva loro di rivelarsi in superficie in modo così appariscente. (È noto infatti che ben di rado le sesse termiche riescono ad impressionare la superficie esterna: in Europa non si hanno esempi di simile fenomeno, che fu osservato in forma sporadica solo in un lago giapponese).

Ogni dubbio al riguardo fu però fugato dal fatto e dalle deduzioni che seguono.

2. - Dalla carta idrografica del Benaco compilata dall'Ufficio Idrografico della Marina risulta che nel settembre del 1887 furono fatte sul Garda 8 serie di misure termiche nei posti indicati dalla fig. 1: dette misure interessano praticamente il lago in tutta la sua estensione. Dalle figg. 2 e 3 appare chiaro il regime estivo del lago, con l'esistenza di uno strato superficiale nettamente separato dalla rimanente massa d'acqua. Detto strato mantiene una temperatura quasi uniforme con acque relativamente calde e quindi poco dense. La zona di transizione fortemente stratificata fra acque calde e acque fredde (zona del salto termico) presenta quindi tutte le condizioni per essere sede di onde interne (sesse termiche), analoghe ai movimenti che possono verificarsi nella superficie di separazione di due mezzi liquidi non miscibili.

3. - La natura delle oscillazioni alla superficie di separazione di due liquidi pesanti di differente densità in canali di sezione rettangolare a profondità uniforme è sufficientemente conosciuta ed è discussa in diversi trattati (v. specialmente H. LAMB: *Hydrodynamics*, sesta edizione (1932), pag. 370 e successive). La velocità di propagazione di queste onde è data dall'equazione:

$$[1] \quad c^2 = \frac{g}{k} \frac{\zeta - \zeta'}{\zeta \coth kh + \zeta' \coth kh'}$$

dove ζ e h , ζ' e h' sono rispettivamente la densità e lo spessore degli strati inferiore e superiore.

Nel caso di onde con lunghezza d'onda ($2\pi/k$) grande rispetto a h' e a h , la (1) si semplifica come segue

$$[2] \quad c^2 = g \frac{\frac{\zeta}{h} - \frac{\zeta'}{h'}}{\frac{\zeta}{h} + \frac{\zeta'}{h'}}$$

Per un canale di lunghezza l limitato agli estremi da pareti verticali, ortogonali al senso della lunghezza, il periodo delle oscillazioni stazionarie che vi possono aver luogo è dato allora da

$$[3] \quad T = \frac{2l}{n} \sqrt{\frac{\frac{\zeta}{h} + \frac{\zeta'}{h'}}{g(\zeta - \zeta')}}}$$

dove n (1, 2 ...) denota il numero dei nodi.

Alla (3) pervenne, fra gli altri, W. SCHMIDT (*Sitzungsberichte der K. Akademie der Wissenschaften, Wien, Math., Naturwiss. Klasse CXVII Band, Abt. II, 1908*), studiando le oscillazioni stazionarie nello strato limite fra due fluidi, di pesi specifici diversi, contenuti in un recipiente parallelepipedo retto.

4. - La [3] può servire alla determinazione del valore approssimativo di T una volta noti i valori medi delle grandezze che in essa figurano, relative ad un bacino sede di sette termiche.

Osserviamo ancora che, generalmente, h è grande rispetto ad h' per cui, posto

$$\varepsilon = \frac{h'}{h},$$

la [3] può scriversi

$$T = \frac{2l}{\sqrt{g h_0}}, \quad \text{essendo } h_0 = h' \frac{\zeta - \zeta'}{\zeta' + \varepsilon \zeta}.$$

Sotto questa forma, coincide con la ben nota formula di Merian per le sette ordinarie.

Con i dati a disposizione, applichiamo la [3] al lago di Garda. Le osservazioni termiche eseguite nelle sette sezioni accennate (delle osservazioni eseguite in F non ho tenuto conto, essendo state ottenute in condizioni molto diverse dalle rimanenti) (fig. 1) hanno dato i risultati contenuti nella seguente tabella:

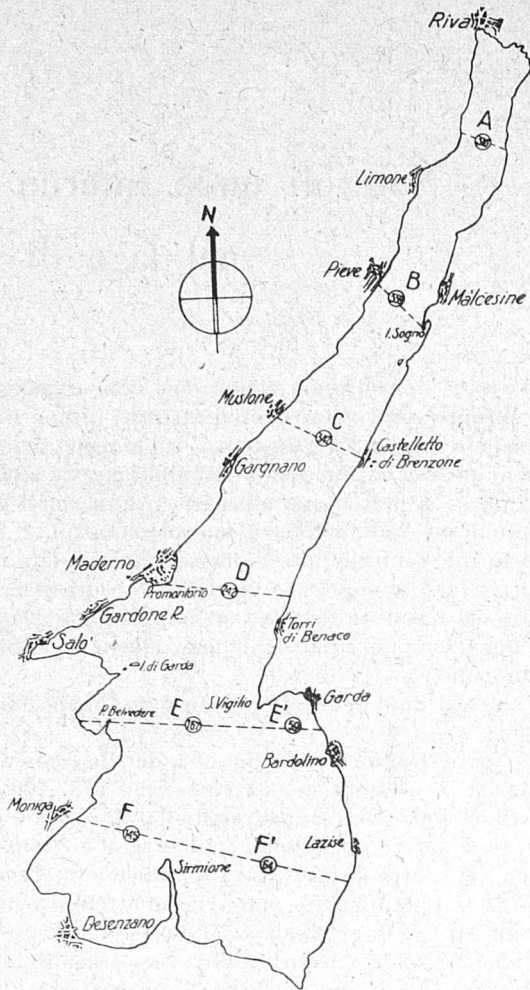


FIG. 1.

Profondità m.	A	B	C	D	E	E'	F'
0	21° 3	21° 6	21° 8	22° 0	19° 5	21° 6	21° 3
10	21,0	19,6	20,6	20,5	19,0	21,1	21,3
20	20,1	18,9	17,1	20,2	18,2	19,3	20,0
30	12,5	15,4	15,0	14,0	14,0	13,1	12,9
40	10,3	11,0	10,8	10,8	11,0	11,1	10,5
50	9,6	9,6	10,0	9,5	9,7	10,0(55)	9,9
60	9,0	9,2	9,5	9,0	9,0		9,7
75	8,3	8,5	8,6	8,3	8,3		
100	8,1	8,0	8,2	8,1	8,1		
150	8,0	7,9	8,0	8,0	7,8		
200	7,9	7,8	7,9	7,8			
250	7,8	7,8	7,8				
300	7,8	7,8	7,8				

e riportati in grafico nella fig. 2. La fig. 3 dà i diagrammi della densità e della viscosità relativi al diagramma delle temperature medie. Risulta chiaramente che il primo strato ha uno spessore dell'ordine di 20 m. La temperatura media del primo strato è di 20°, 28 a cui corrisponde una densità (ζ') pari a 0.9981721.

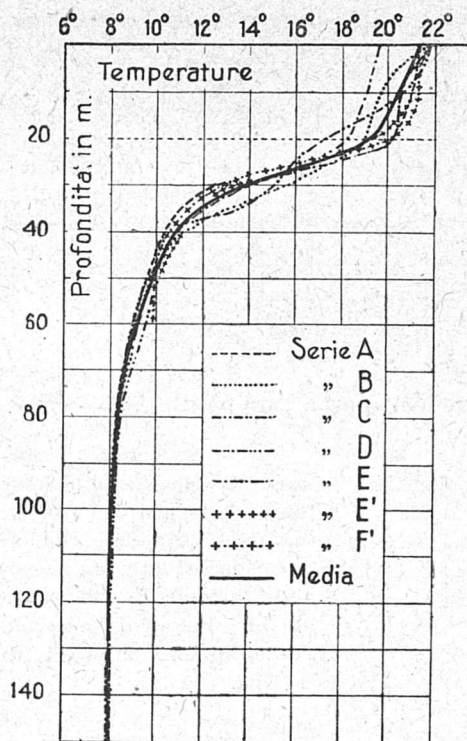


Fig. 2.

La profondità media del Garda è di ca. 136 m.; va osservato però che nel bacino orientale Peschiera-Garda le condizioni atte al formarsi dello strato di salto termico si presentano ad una sensibile distanza da Peschiera, dove, come provano le osservazioni, le ampiezze dovranno comunque apparire sensibilmente ridotte. Tenendo conto di detto fatto, possiamo ritenere uguale a 150 m. circa la profondità media in parola e quindi considerare $h = 130$ m. Nel secondo strato la temperatura media è allora di 9° 7, a cui corrisponde $\zeta = 0.9997529$.

Tenuto conto che 2l vale circa 100 Km., l'applicazione della [3] porta per l'uninodale al periodo

$$T = 53^h, 5.$$

Va ancora osservato che, molto probabilmente, i due bacini, orientale e occidentale, formano sistemi a sé, a motivo della scogliera subacquea Sirmione-S. Vigilio dalla quale sono separati e che in più punti si porta a meno di 20 m. dal pelo

d'acqua. In questa ipotesi, e prescindendo dal piccolo bacino Isola del Garda, scogli dell'Altare, Isola S. Biagio-costa, la profondità media del bacino occidentale risulta di 160 m ca. Si ha allora $h = 140$ m, con una temperatura media di 9° 6 a cui corrisponde $\zeta = 0.9997612$. Conseguenza dalla [3] per l'uninodale

$$T = 53^h.$$

5. — Naturalmente i risultati ottenuti con la [3] non possono essere che approssimativi. La semplificazione al tipo parallelepipedico generalmente dà valori elevati: va osservato, a questo proposito, che la formula di Merian, analoga della [3] per le sesse ordinarie, dà un valore (47^m) per la sessa uninodale del Garda che supera quello osservato (43^m) di circa il 10 %. Ora, i valori osservati per la sessa termica uninodale del Garda si aggirano intorno alle 48^h -50^h: la [3] dà quindi un valore in eccesso appunto di circa il 10 %, in analogia con quanto si verifica per le sesse ordinarie. L'ordine di grandezza, ad ogni modo, è rispettato; e in ciò si deve vedere una conferma della reale esistenza di così eccezionali sesse termiche nel Garda. Solo con metodi di calcolo che tengano conto delle variazioni in larghezza e profondità del lago sarà possibile pervenire a valori più approssimati. Ciò richiede però una complessa preparazione sperimentale, che consenta misure delle temperature opportunamente scaglionate nel tempo e nello spazio. L'interesse del fenomeno suggerisce di proseguire le ricerche in questo senso; cosa che noi pensiamo di fare non appena sarà possibile.

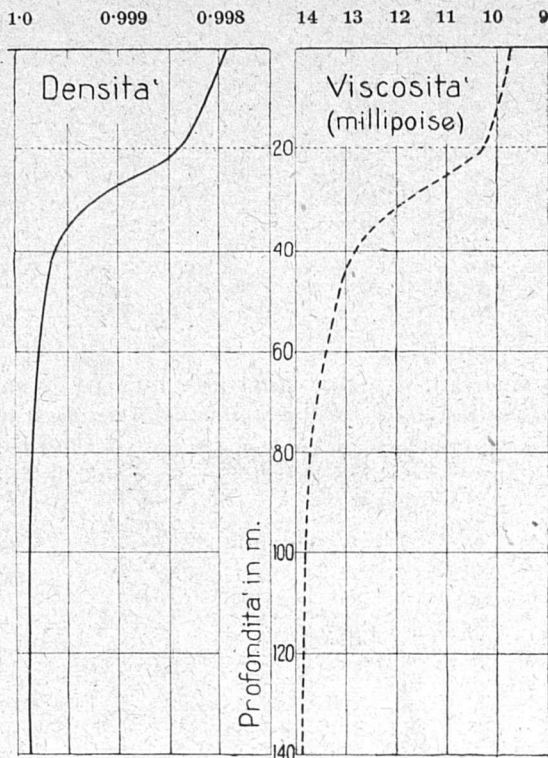


FIG. 3.

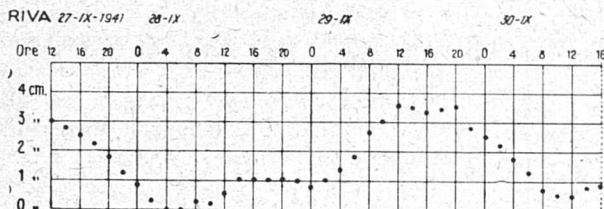


FIG. 4.

6. — Mi limito a riportare tre soli esempi di sesse termiche, registrate a Riva: un'onda uninodale (fig. 4) poco perturbata, un'uninodale fortemente perturbata da binodali di 24^h ca. (fig. 5) e alcune binodali di 24^h ca. (fig. 6).

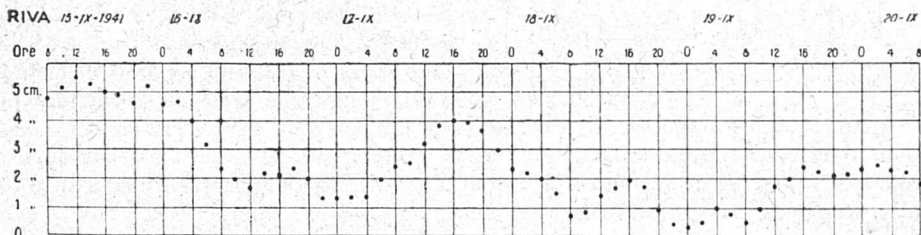


FIG. 5.

È noto che le sesse termiche appaiono generalmente molto deformate; e ciò è dovuto all'instabilità della superficie del salto termico, instabilità strettamente legata alle mutevoli condizioni atmosferiche. Oltre a ciò, le perturbazioni vanno in parte attribuite a probabili onde progressive e ad onde di più elevata nodalità.

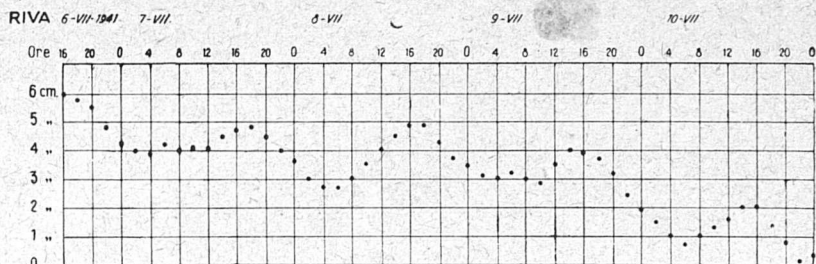


FIG. 6.

Come mostra la teoria, (v. LAMB, *l. c.*) l'ampiezza delle sesse termiche decresce rapidamente come si procede dallo strato di discontinuità verso la superficie esterna, dove essa si riduce a circa $\frac{\zeta - \zeta'}{\zeta'}$ del valore che assume per lo strato di salto. È questo uno dei motivi per cui raramente le sesse interne danno registrazioni in superficie. Nel lago del Garda, invece, le registrazioni in superficie di dette sesse sono pressoché continue nei mesi estivi. Esse superano spesso i 2 cm d'ampiezza. Tenuto conto dei valori medi di ζ e ζ' qui riportati, ciò porta a ritenere che l'ampiezza delle sesse interne per la superficie di discontinuità sia dell'ordine di 15 metri.

Roma, 5 dicembre 1946.