Oscillazioni libere del Mare del Nord

Nota preliminare

M. C. SPADEA

1. – Le ultime disastrose inondazioni verificatesi nei Paesi Bassi, hanno suggerito l'opportunità di iniziare uno studio sulle oscillazioni libere del Mare del Nord. A mio avviso, infatti, l'anormale innalzamento delle acque lungo le coste continentali del

Tabella I. – Sessa uninodale del Mare del Nord.

Sez.	$S\ (x)$	$\Delta\ (x)_\nu$	$\Delta\ v\ (x)_\nu$	$T = 30^h,3 = 109.080^s$		
				$\xi\ (x)_\nu$	$\eta\ (x)_\nu$	m_ν
	10^7 m^2	m	10^7 m^2	m	m	10^{10} m^3
0	7,07	0	0	141,4	0	1,000
1	7,06	37200	1778,4	141,4	0,0018	0,998
2	7,43	37200	1905,1	133,6	0,0036	0,993
3	7,30	39600	2131,2	134,7	0,0054	0,983
4	7,57	44400	2625,1	127,6	0,0074	0,966
5	6,18	43800	2412,0	153,1	0,0093	0,946
6	6,06	40800	2004,5	152,6	0,0114	0,925
7	5,97	44400	2361,6	149,9	0,0137	0,895
8	16,48	44400	2921,8	51,7	0,0159	0,852
9	6,62	35400	2641,0	122,2	0,0165	0,809
10	4,58	32400	2596,3	166,8	0,0178	0,764
11	4,11	40800	2613,6	173,7	0,0201	0,714
12	3,75	38400	2289,6	177,9	0,0224	0,667
13	3,15	37800	2213,3	195,2	0,0247	0,615
14	2,80	38400	2278,1	198,6	0,0272	0,556
15	2,67	32400	2001,6	186,9	0,0294	0,499
16	2,66	31800	2017,4	164,7	0,0314	0,438
17	2,40	27000	1732,3	159,2	0,0329	0,382
18	2,09	28200	1617,1	156,9	0,0344	0,328
19	1,83	25800	1211,0	155,7	0,0358	0,285
20	1,31	25800	967,7	190,8	0,0372	0,250
21	1,08	24600	773,3	204,6	0,0388	0,221
22	0,86	25200	725,8	223,3	0,0405	0,192
23	0,67	27000	803,5	237,3	0,0425	0,159
24	0,74	29400	813,6	166,2	0,0449	0,123
25	0,69	22800	613,4	137,7	0,0462	0,095
26	0,47	22200	515,6	151,1	0,0472	0,071
27	0,39	24000	352,8	138,5	0,0484	0,054
28	0,35	24600	324,0	108,6	0,0496	0,038
29	0,26	22800	272,2	92,3	0,0504	0,024
30	0,28	19800	207,4	46,4	0,0510	0,013
31	0	26400	322,6		0,0514	— 0,003

Mare del Nord non è da attribuire esclusivamente a maree eccezionali: a queste penso debba sovrapporsi altresì un'oscillazione libera del mare in questione.

È chiaro che ciò può verificarsi solo in virtù di particolari condizioni meteorologiche, quali potrebbero essere quelle determinate da un improvviso abbassamento in latitudine, del tragitto dei cicloni provenienti dall'Atlantico Settentrionale.

Allo scopo di conoscere le caratteristiche fondamentali delle oscillazioni libere del Mare del Nord, mi sono appunto proposta di risolvere con il calcolo questo problema.

Si è ritenuta schematizzazione sufficiente quella di considerare il Mare del Nord come un immenso golfo avente la sua base lungo le coste olandesi-germaniche e la sua apertura in corrispondenza di una linea che, dalle Orcadi Settentrionali, va alle coste norvegesi, circa all'altezza di Bergen.

Come risulta dalla fig. 1 questo golfo è stato suddiviso in 31 sezioni verticali pressocchè perpendicolari alla linea di valle.

La Tabella I contiene gli elementi essenziali per il calcolo.

2. – *Metodo di Goldberg*: Sono qui ricorsa ad un metodo che ha analogie con quello di Defant e che è stato ideato da J. Goldberg.

Come nel metodo Defant, lo spostamento orizzontale ξ ed il dislivello η, per un determinato periodo T, hanno l'espressione

$$\xi = \xi_\nu \cos \frac{2\pi}{T}, \quad \eta = \eta_\nu \cos \frac{2\pi}{T}$$

dove ξ_ν, η_ν rappresentano i massimi valori di queste grandezze, indipendenti dal tempo, nel punto $x = x_\nu$.

Il bacino si suppone diviso in n parti, mediante n sezioni trasversali S_ν, praticate nei punti $x = x_\nu$, dove $\nu = 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots\ldots n$.

$\Delta(x)_\nu$, $\Delta v(x)_\nu$ siano le parti dell'asse x e le porzioni di superficie libera compresa fra due sezioni S_ν ed $S_{\nu-1}$, rispettivamente; m sia il volume d'acqua che nel tempo $T/4$, fra la quiete e l'estremo spostamento di una particella, passa attraverso la sezione S_ν.

Il metodo di Goldberg prende le mosse dalla bocca del golfo ($\eta_o = 0$), supponendo arbitraria la massa d'acqua m_o che attraversa la sezione di bocca S_o nel tempo $T/4$. La massa d'acqua m_o determina i massimi spostamenti orizzontali ξ_ν e dislivelli η_ν nell'interno del golfo.

Dall'equazione del moto, con le consuete ipotesi valevoli per i bacini naturali, si deduce, tenendo conto dell'espressione di ξ e di η

$$\frac{d\,\eta_\nu}{d\,x} = \frac{4\,\pi^2}{g\,T^2}\,\xi_\nu,$$

che dà l'inclinazione della tangente al profilo longitudinale della superficie oscillante del golfo. Poichè questa inclinazione viene supposta costante per ogni suddivisione, ciò che equivale a ritenere trascurabile il piccolissimo ammontare di $\frac{d^2\,\eta}{d\,x^2}$ in tutti i casi di bacini naturali, il profilo longitudinale del golfo in oscillazione viene approssimato in una linea spezzata, i cui tratti corrono parallelamente alla tangente di profilo.

Ora è

$$\Delta\,\eta_{\nu+1} = \frac{d\,\eta_\nu}{d\,x}\,\Delta\,x_{\nu+1},$$

e lo schema di calcolo per l'integrazione numerica diviene:

$$\left|\begin{aligned} \xi_\nu &= \frac{m_\nu}{s_\nu}, \\ \frac{d\,\eta_\nu}{d\,x} &= \frac{4\,\pi^2}{g\,T^2}\,\xi_\nu \\ \eta_{\nu+1} &= \eta_\nu + \frac{d\,\eta_\nu}{d\,x}\,\Delta\,x_{\nu+1}, \\ m_{\nu+1} &= m_\nu - \frac{\eta_\nu + \eta_{\nu+1}}{2}\,\Delta\,v_{\nu+1}. \end{aligned}\right. \qquad [1]$$

L'ultima delle (1) esprime che l'eccedenza dell'acqua entrante da S su quella uscente da $S_{\nu+1}$, determina il dislivello sulla superficie $\Delta\,v_{\nu+1}$, che intercede fra queste sezioni.

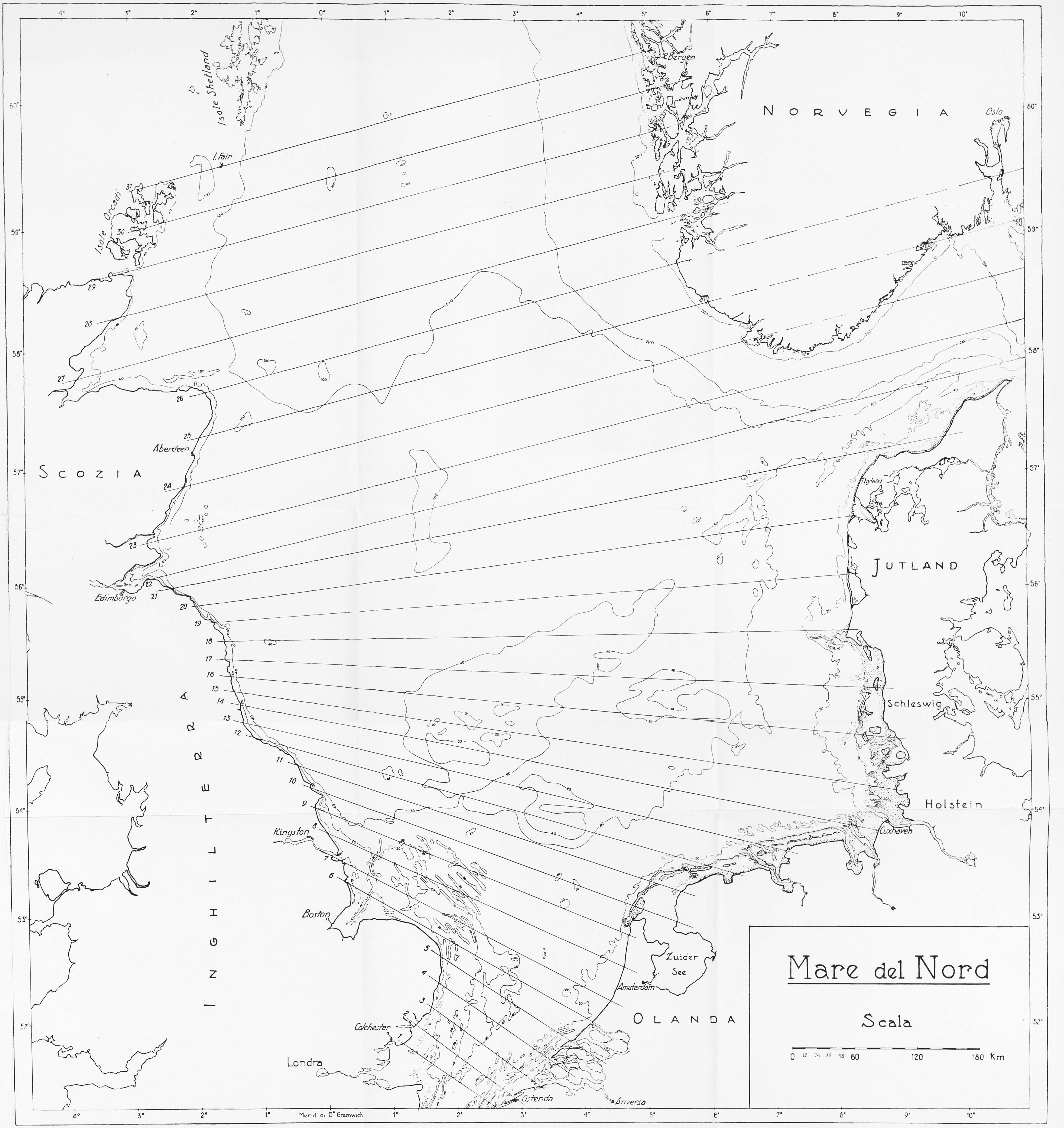

Fig. 1 Suddivisione in 31 sezioni del Mare del Nord.

La relazione sul contorno per l'estremo chiuso del golfo dà naturalmente

$$m_n = m_o - \sum_{1}^{n-1}{}_{\nu} \frac{\eta_\nu + \eta_{\nu+1}}{2} \Delta r_{\nu+1} = 0 . \quad [2]$$

3. – Le sezioni ν_j si contano a partire dalla bocca: si suppone arbitraria la massa d'acqua m_o che attraversa la sezione di bocca S_o nel tempo $T/4$ (per noi $m_o = 1 \times 10^{10}\, m^3$) e seguendo lo schema di calcolo indicato dalle (1), si deve trovare verificata, per l'estremo chiuso del golfo, la condizione al contorno.

$$m_n - m_{31} = 0 .$$

Se questo avviene, vuol dire che il valore

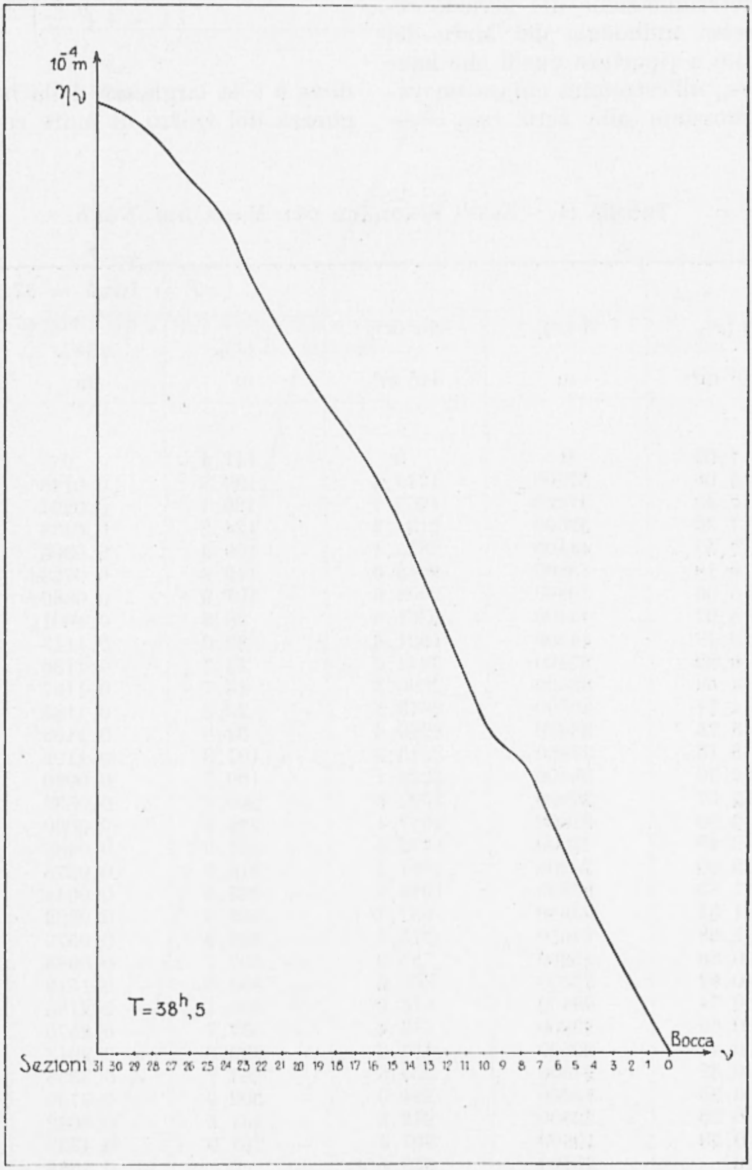

Fig. 2 – Sessa uninodale del Mare del Nord.

del periodo adoperato nei calcoli e che compare nell'espressione di $\frac{d\,n_\gamma}{d\,x}$ è quello giusto (naturalmente, corretto poi per l'azione di bocca). Se invece risulta $m > 0$ o $m < 0$, il periodo va allora opportunamente corretto diminuendolo o aumentandolo rispettivamente.

La tabella I riporta tutti i calcoli necessari per la determinazione del periodo relativo alla sessa uninodale del Mare del Nord. Mi limito a riportare quelli che hanno dato per m_{31} all'estremità chiusa un valore molto prossimo allo zero ($m_{17} = -0{,}0030 \times 10^{10}\ m^3$). E questo avviene per un periodo

$$T = 30^h{,}3\,.$$

A questo valore bisogna apportare la correzione di bocca.

Come è noto, questo si ottiene moltiplicando il valore ottenuto per il fattore

$$\left(1 + 4\,P\,\frac{b}{l}\right)^{1/2}$$

dove b è la larghezza della bocca, l la lunghezza del tratto di mare considerato e P

Tabella II. – Sessa binodale del Mare del Nord.

Sez.	$S\,(x)_\nu$ 10^7 m²	$\Delta\,(x)_\nu$ m	$\Delta\,v\,(x)_\nu$ 10^7 m²	$T = 10^h{,}5 = 37.805^s$ $\xi\,(x)_\nu$ m	$\eta\,(x)_\nu$ m	m_ν 10^{10} m³
0	7,07	0	0	141,4	0	1,000
1	7,06	37200	1778,4	139,8	0,0148	0,987
2	7,43	37200	1905,1	129,1	0,0294	0,959
3	7,30	39600	2131,2	124,2	0,0438	0,907
4	7,57	44400	2625,1	109,5	0,0593	0,829
5	6,18	43800	2412,0	119,9	0,0728	0,741
6	6,06	40800	2004,5	107,9	0,0866	0,654
7	5,97	44400	2361,6	89,8	0,1001	0,536
8	16,48	44400	2921,8	22,6	0,1113	0,373
9	6,62	35400	2641,0	33,7	0,1136	0,223
10	4,58	32400	2596,3	15,7	0,1167	0,072
11	4,11	40800	2613,6	— 20,2	0,1185	— 0,083
12	3,75	38400	2289,6	— 57,6	0,1163	— 0,216
13	3,15	37800	2213,3	— 107,3	0,1102	— 0,338
14	2,80	38400	2278,1	— 160,7	0,0986	— 0,450
15	2,67	32400	2001,6	— 200,0	0,0839	— 0,534
16	2,66	31800	2017,4	— 225,9	0,0660	— 0,601
17	2,40	27000	1732,3	— 267,9	0,0488	— 0,643
18	2,09	28200	1617,1	— 318,2	0,0275	— 0,665
19	1,83	25800	1211,0	— 365,6	0,0044	— 0,669
20	1,31	25800	967,7	— 502,3	— 0,0222	— 0,658
21	1,08	24600	773,3	— 588,9	— 0,0570	— 0,636
22	0,86	25200	725,8	— 697,7	— 0,0988	— 0,600
23	0,67	27000	803,5	— 804,5	— 0,1519	— 0,539
24	0,74	29400	813,6	— 608,1	— 0,2185	— 0,450
25	0,69	22800	613,4	— 537,7	— 0,2576	— 0,371
26	0,47	22200	515,6	— 629,8	— 0,2912	— 0,296
27	0,39	24000	352,8	— 607,7	— 0,3338	— 0,237
28	0,35	24600	324,0	— 502,9	— 0,3759	— 0,176
29	0,26	22800	272,2	— 461,5	— 0,4082	— 0,120
30	0,28	19800	207,4	— 267,9	— 0,4339	— 0,075
31	0	26400	322,6	0	— 0,4538	— 0,002

ha l'espressione

$$P = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{3}{2} - \gamma - \log \frac{\pi b}{4 l}\right)$$

dove γ è la costante di Mascheroni.

Applicata la correzione di bocca si ottiene per T_1, periodo dell'uninodale, il valore definitivo

$$T_1 = 38^h,5\,.$$

In fig. 2 è rappresentato graficamente l'andamento degli spostamenti corrispondenti alla sessa uninodale.

Nella Tabella II sono riportati i calcoli relativi alla sessa binodale.

Il periodo risulta

$$T = 10^h 06^m\,.$$

La correzione di bocca per la binodale si fa tenendo presente la proporzione se-

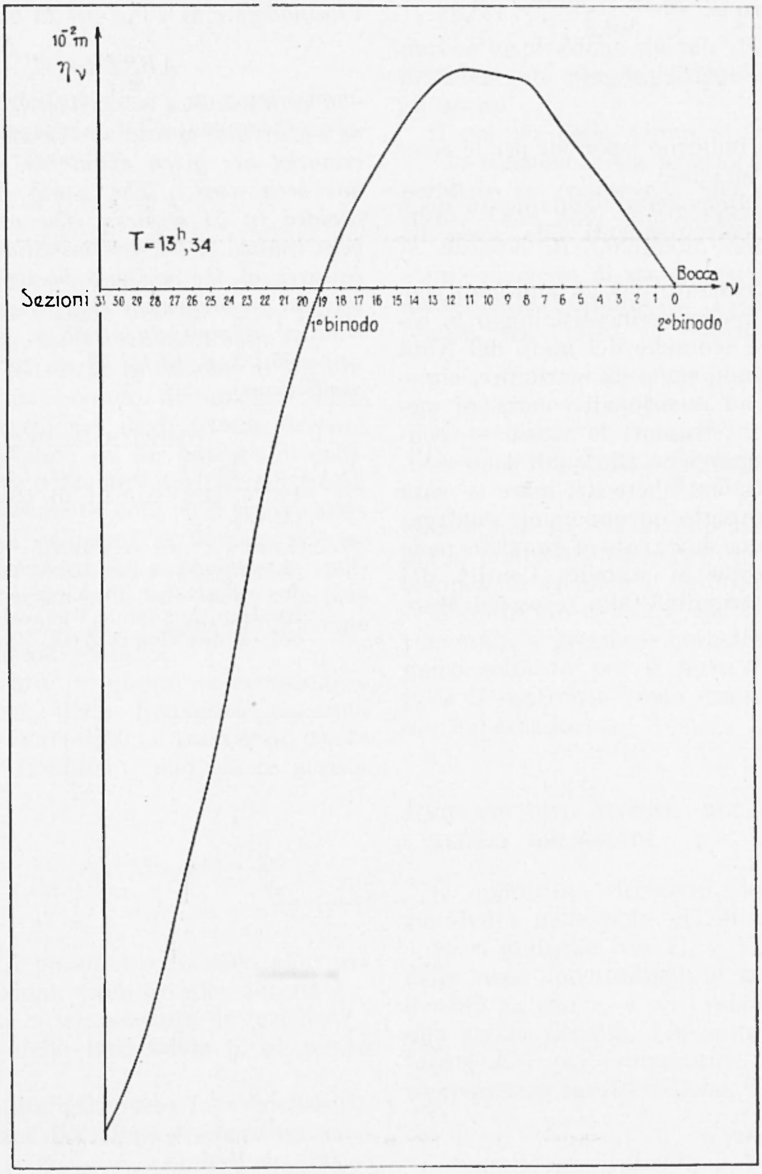

Fig. 3 - Sessa binodale del Mare del Nord.

guente. Il rapporto fra i valori non corretti della uninodale e binodale deve essere uguale a quello fra i valori corretti (o quelli osservati) delle stesse sesse. Si ha quindi

$$\frac{T_1 \text{ non corretto}}{T_2 \text{ non corretto}} = \frac{T_1 \text{ corretto}}{T_2 \text{ corretto}} .$$

Da cui

$$T_2 \text{ corretto} = \frac{10^h,5 \times 38^h,5}{30^h,3} = 13^h,34$$

$$T_2 = 13^h\, 20^m$$

dove T_1 e T_2 indicano i periodi per le sesse uninodale e binodale.

La fig. 3 rappresenta l'andamento degli spostamenti corrispondenti alla sessa binodale.

Poichè ho ritenuto che gli anormali spostamenti di livello verificatisi lungo le coste olandesi e tedesche del mare del Nord negli ultimi anni, siano da attribuire, almeno in parte, ad eccezionali condizioni meteorologiche interessanti lo stesso — condizioni meteorologiche alle quali sono associate le oscillazioni libere del mare — sarà in seguito compiuto un opportuno confronto fra le maree osservate e previste nelle zone, allo scopo di stabilire l'entità dei movimenti attribuibile alle sesse del Mare del Nord.

RIASSUNTO

Il Mare del Nord viene considerato dall'Autore come un grande golfo aperto verso Nord. Si fanno alcuni richiami teorici sul metodo adoperato, il Mare del Nord è stato suddiviso in 31 sezioni. Il calcolo si è limitato alla determinazione delle caratteristiche fondamentali delle oscillazioni libere uni e binodali. Per quanto concerne i periodi, essi sono risultati rispettivamente di $33^h,5$ per l'uninodale e di $13^h,3$ per la binodale.

ABSTRACT

The North Sea is considered by the Author as a great gulf spread northwards. Theoretical remarks are given about the method which has been used. The North Sea has been divided in 31 sectors. The calculation has been limited to the determination of the main features of the uni-and bi-nodal free oscillations. Concerning the periods, they have resulted respectively of 38 h. 30 m. for the uni-nodal and 13 h. 18 m. for the bi-nodal oscillations.

BIBLIOGRAFIA

(1) Caloi, P., *Le sesse del Lago di Garda.* Parte II. « Annali di Geofisica », I, 2 (1948).

(2) Goldberg, J., Kempni, K., *Ueber die Schwingungen der Bucht von Bakar und das allgemeine Problem der Seiches von Buchten.* Académie Yougoslave des Sciences et des Beaux-Arts, Zagreb, 1937.